گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایهٔ یازدهم



پاییز ۱۴۰۵

دفترچه پاسخ

جمعه ۱۵ آبان‌ماه ۱۴۰۵

۳/۸ نیم‌سال اول

ویژهٔ دانش‌آموزان پایه یازدهم

- پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون
- تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید
- نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال
- مشاورهٔ تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست
- استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسهٔ آزمون

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان رسول حاجی‌زاده	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان حسن محمدبیگی ـ علیرضا شریف‌خطیبی	ندا فرهختی ـ مائده بادان‌فیروز یزدان نیک‌قدم ـ حمیدرضا ولی‌پور ارسلان حسنوند ـ علی اسدی محمدمهدی‌منتظری
فیزیک	حسین عبدوی‌نژاد مروارید شاه‌حسینی	حسین عبدوی‌نژاد ـ مروارید شاه حسینی زهره آقامحمدی	داود پاشا ـ ایلیا فقیه میرزایی
شیمی	علی ترابی	علی ترابی ـ پرهام تیزپا مجتبی محجوب ـ طاها حق‌بین فرهنگ امیری	طاها حق‌بین ـ امیرحسین مخانی ایلیا جمارانی ـ علی نیکوسیر علی هیال

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوب‌تون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهادات‌تون رو برامون بنویسین.

آموزش استراتژی آزمون و مدیریت جلسه کنکور
قسمت سوم

روش مطالعه درس‌های خوندنی

تا حالا به این فکر کردی که چرا خیلی از دانش‌آموزا با اینکه توی مدرسه نمره‌های عالی می‌گیرن، توی آزمون‌های تستی نتیجهٔ خوبی ندارن؟ دلیلش اینه که فکر می‌کنن همون‌طور که برای امتحان مدرسه می‌خونن، باید برای آزمون تستی هم بخونن.

فرق آزمون تستی با امتحان نهایی

آزمون تستی حداقل ۵ تفاوت اساسی با امتحان مدرسه داره:

۱. جامعیت: توی آزمون تستی همهٔ درس‌ها با هم میان، ولی توی امتحان مدرسه معمولاً فقط یک کتاب مطرحه.

۲. زمان: برای هر تست حدود یک دقیقه وقت داری، اما توی امتحان مدرسه زمان دست‌ودل‌بازانه‌تره.

۳. نتیجه‌گرایی: آزمون تستی فقط گزینه نهایی رو می‌خواد، ولی توی امتحان تشریحی، فرمول و راه‌حل هم نمره داره.

۴. استقامت: پاسخ‌گویی مداوم به سؤال‌های آزمون تستی، انرژی و تمرکز بالایی می‌خواد.

۵. نمره منفی: پاسخ غلط توی امتحان مدرسه معمولاً بی‌خطره، ولی توی آزمون تستی از امتیازت کم می‌کنه.

این تفاوت‌ها یعنی باید از مطالعهٔ بقچه‌ای فاصله بگیری و سراغ «تنوع‌خوانی» بری تا به جابه‌جایی سریع بین درس‌ها عادت کنی.

توی این مقاله روش مطالعهٔ درس‌های خوندنی مثل زیست، زمین‌شناسی، بعضی از دروس انسانی و بخش‌هایی از شیمی و فیزیک رو یاد می‌گیریم؛ درس‌های تمرینی بمونه برای مقالهٔ بعدی.

روش مطالعهٔ مباحث خوندنی

اگه قراره مطلبی رو توی ۷۵ دقیقه بخونی، این زمان رو به سه قسمت تقسیم کن:

۵ دقیقه اول	۶۰ دقیقه اصلی	۱۰ دقیقه پایانی
تیترخوانی	مطالعهٔ دقیق	مرور و جمع‌بندی

(این زمان‌ها تقریبی هستن و بسته به حجم مطالعهٔ تو ممکنه کمی تغییر کنن.)

۵ دقیقه اول؛ تیترخوانی

توی این مرحله سعی کن موضوع مورد مطالعه رو برات جذاب کنی. تیترها رو بخون و از خودت بپرس: «قراره با خوندن این مطلب چی یاد بگیرم و جواب چه سؤال‌هایی رو پیدا کنم؟»

درست مثل تیتر روزنامه یا خبری که ترغیبت می‌کنه ادامه‌ش رو بخونی، این کار باعث می‌شه منفعلانه درس نخونی و با اشتیاق دنبال جواب سؤال‌هات بگردی.

۶۰ دقیقه اصلی؛ مطالعه دقیق

مطالعه‌ات نباید رفع تکلیفی باشه. دنبال پاسخ سؤال‌هایی باش که توی مرحلهٔ اول برای خودت ساختی. یه دفتر یادداشت هم کنار دستت داشته باش؛ چون قراره حسابی به کارت بیاد.

۱۰ دقیقه پایانی؛ مرور و جمع‌بندی

این ۱۰ دقیقه رو برای مرور مطالبی بذار که خوندی. فرض کن یه فیلم یا سریال دیدی و می‌خوای خلاصه‌ش رو برای دوستت تعریف کنی؛ همین کار به ماندگاری مطالب توی ذهنت کمک می‌کنه.

شاید عادت کردن به این روش کمی زمان ببره، اما ارزشش رو داره. ۵ دقیقه تیترخوانی و ۱۰ دقیقه جمع‌بندی، به‌اندازهٔ ۶۰ دقیقهٔ مطالعهٔ اصلی اهمیت دارن و باعث می‌شن مطالب بهتر توی ذهنت بمونن و برای مرورشون در آینده زمان کمتری بذاری.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

حالا بریم سراغ دفتر یادداشت!

اول از همه بدون که یادداشت‌برداری با رونویسی خیلی فرق داره. یادداشت‌برداری زمانی انجام می‌شه که مطلبی برات جا افتاده و وسط مطالعه با خودت می‌گی: «آها!». یعنی مطلب رو فهمیدی و حالا باید چیزی رو که فهمیدی، با زبون خودت بنویسی. حتی اگه آخر مطالعه همهٔ یادداشت‌هات رو آتیش بزنی، همین فرایند یادداشت‌برداری به تثبیت مطالب توی ذهنت کمک می‌کنه.

چطور؟

وقتی مطلبی رو یادداشت می‌کنی، چهار بار از ذهنت عبور می‌کنه:

۱. وقتی مطلب رو می‌فهمی.

۲. وقتی مغزت مطالب یادگرفته‌شده رو با جمله‌بندی جدید بازسازی می‌کنه.

۳. وقتی دستت دستور مغز رو برای نوشتن اجرا می‌کنه.

۴. وقتی چشم‌هات یادداشت رو می‌بینن و می‌خونن.

کسی که یادداشت‌برداری نمی‌کنه، فقط مرحلهٔ اول رو برای مرور داره؛ اما تو سه مرحلهٔ دیگه هم تجربه می‌کنی. این فرایند، در کنار سه مرحلهٔ تیترخوانی، مطالعهٔ اصلی و جمع‌بندی، به تثبیت بیشتر مطالب کمک می‌کنه و مطالعهٔ تو رو اثربخش‌تر می‌کنه.

اما کاربردهای اصلی دفتر یادداشت هنوز باقی مونده!

دفتر یادداشت؛ ابزار مرور روزانه

با یادداشت‌برداری، ابزار مرورهای بعدی رو آماده کردی. بر اساس یافته‌های لایتنر، بخش زیادی از مطالب به‌مرور از یاد می‌رن؛ پس مرور یادداشت‌ها در پایان روز کمک می‌کنه جلوی این فراموشی رو بگیری.

«درس هر روز در همان روز» فقط یه شعار نیست! مرور مطلب همون روز ممکنه فقط ۱۰ دقیقه وقتت رو بگیره، اما اگه به یک هفته بعد موکولش کنی، شاید به‌اندازهٔ مطالعهٔ اولیه زمان لازم داشته باشی؛ تا پایان نیمسال هم این زمان می‌تونه چند برابر بشه.

پس مرور روزانه، هفتگی و ماهانه رو توی برنامه‌ات بذار. یادت باشه: بیشتر از مطالبی که نخوندی، نگران مطالبی باش که خوندی؛ تا روز آزمون بتونی از زحمتی که کشیدی نتیجه بگیری.

دروس خوندنی رو کی تست بزنم؟

اگه بلافاصله بعد از مطالعه تست بزنی، ممکنه احساس یادگیری کاذب داشته باشی؛ چون هنوز نمی‌تونی مطمئن باشی مطالب به حافظهٔ بلندمدتت منتقل شدن.

برای همین توصیه می‌کنیم تست درس‌های خوندنی رو به ۴۸ تا ۷۲ ساعت بعد از مطالعه موکول کنی. این‌طوری بهتر متوجه می‌شی کدوم مطالب توی ذهنت موندن و کدوم‌ها فرّار هستن و نیاز به مرور بیشتری دارن.

این مطالب فرّار رو باید به‌طور ویژه یادداشت کنی؛ درست مثل همون نکاتی که روز آزمون کشف می‌کنی و برای اینکه دیگه فراموششون نکنی، می‌بری‌شون توی انفرادی!

پس تکلیف مشخص شد. با همهٔ قفل‌وبست‌هایی که روی مطالب می‌زنیم، باز هم ممکنه بعضی نکات اون‌قدر فرّار و چموش باشن که روز آزمون از ذهنمون بپرن. بنابراین باید باهاشون ویژه‌تر رفتار کنیم تا موندگار بشن؛ یعنی این مطالب رو جداگانه یادداشت و به‌صورت هدفمند مرور کنیم.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخنامه کلیدی

ریاضیات

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴

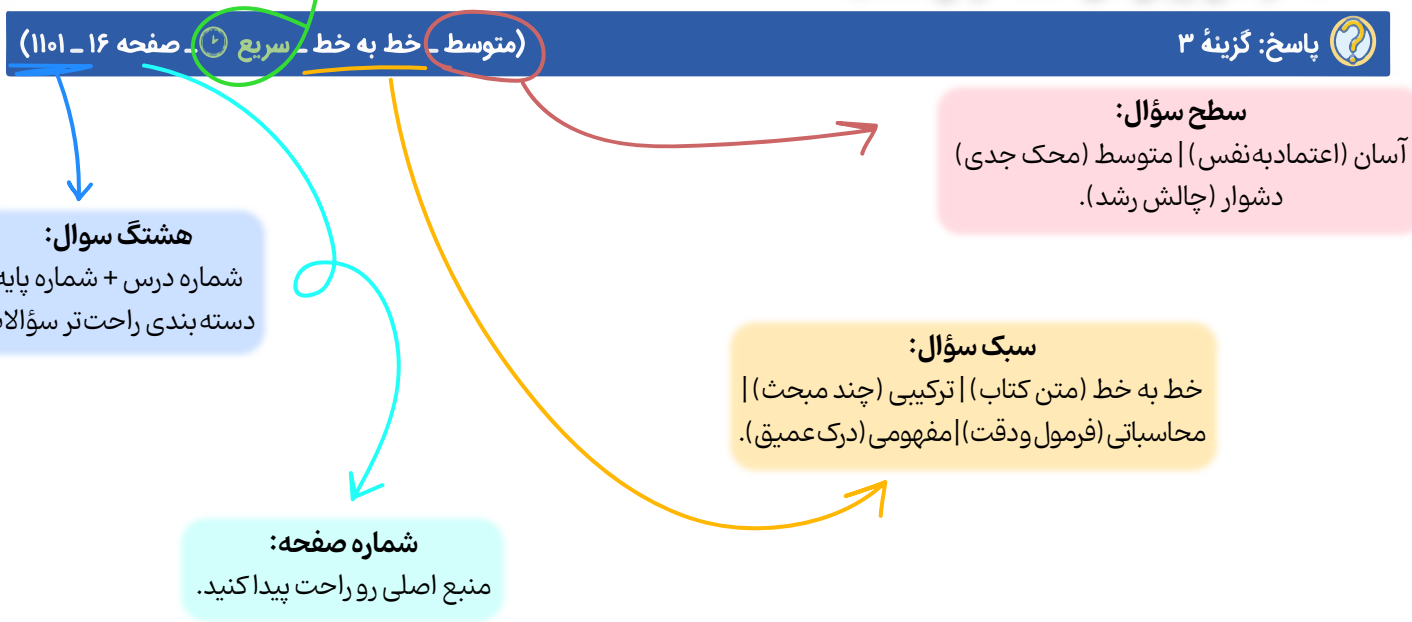
فیزیک

۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴

شیمی

۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴

راهنمای پاسخنامه آزمون ها



یادتون باشه:

- ✓ هر سؤال یک فرصت یادگیریه، نه یک مانع.
- ✓ پاسخ‌نامه فقط جواب نیست؛ یک کارگاه آموزشی کامله.
- ✓ با هر آزمون و مرور این پاسخ‌نامه، یک پله بالاتر می‌رید و یک قدم به رؤیاتون نزدیک‌تر می‌شید.
- ✓ موفقیت فقط برای کسایی‌یه که با برنامه و انگیزه حرکت می‌کنن. شما همون آدمید.

بودجه‌بندی این آزمون

حسابان ۱: جبر و معادله (درس‌های ۱ تا ۴)، صفحه‌های ۱ تا ۲۸
هندسه ۲: دایره (تا آخر جدول حالت‌های دو دایره نسبت به هم)، صفحه‌های ۹ تا ۲۰
آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات (درس ۱)، صفحه‌های ۱ تا ۱۵

سهم در کنکور

حسابان ۱: این مبحث در مجموع **۲ تست** کنکور را پوشش داده است.
هندسه ۲: از این مبحث به‌طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.
آمار و احتمال: این مبحث در مجموع **۱ تست** کنکور را پوشش داده است.

سلام به مازی‌های عزیز

خیلی سریع قبل از دیدن پاسخ‌نامه، چند تا نکتهٔ مهم رو راجع به آزمون باهم بررسی کنیم:

فصل «**جبر و معادله**» از فصل‌های مهم و با **تعداد تست بالا** در کنکور است، در سرفصل این آزمون به «**روابط بین ضرایب و ریشه‌ها**» و «**ساخت معادلهٔ درجه دوم با داشتن ریشه‌ها**» بسیار توجه کنید که همواره مورد توجه طراحان کنکور است. در مبحث «**دنباله**» عموماً سبک تست‌ها به گونه‌ای است که با اطلاعات مربوط به پایهٔ **دهم شروع می‌شوند** و در ادامه به مباحث مربوط به پایهٔ **یازدهم می‌رسند**. اهمیت این فصل تنها به تست‌های مستقیم خودش نبوده و در حل سؤالات دیگر هم می تواند به‌صورت غیرمستقیم مفید واقع شود. پس تسلط عالی بر این فصل می‌تواند از جمله نقاط قوت شما باشد. سهم فصل حاضر در امتحان نهایی و کنکور سراسری را نیز در جدول زیر می‌توانید مشاهده کنید:

نام فصل	تعداد تست در کنکور	بارم در امتحان پایان‌ترم
جبر و معادله	۳ الی ۴ تست	۴ نمره

منتظر **تست‌های ترکیبی** از مبحث «**معادله و نامعادله**» باشید، چرا که هم در پایهٔ دهم و هم در پایهٔ یازدهم مطرح شده است، گرچه در کتاب «حسابان ۱» مطالب قبل تکمیل و مفصل بسط داده شده است. تعداد تست‌های مربوط به پایهٔ دهم از این مباحث یعنی «**الگو و دنباله**» و «**معادله و نامعادله**» را در جدول زیر مشاهده می‌کنید:

نام فصل	تعداد تست در کنکور
الگو و دنباله	۱ تست
معادله‌ها و نامعادله‌ها	۲ الی ۳ تست

موفق باشید.

حسین شفیع‌زاده و مهرداد کیوان ـ مسئولین درس حسابان آزمون‌های تستی ماز

۱- فرض کنید a_n جملهٔ عمومی یک دنباله و $a_{n+1}-2a_n=0$ باشد. اگر مجموع هشت جملهٔ اول دنباله برابر ۵۱۰ باشد، مقدار a_1 کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۶ ـ ۱۱۰۱)

با استفاده از رابطهٔ بازگشتی $a_{n+1}=2a_n$ و طبق تعریف دنبالهٔ هندسی از آن‌جا که هر جمله از ضرب جملهٔ قبلی در ۲ به‌دست می‌آید، پس جملهٔ عمومی داده شده مربوط به یک **دنبالهٔ هندسی** با **قدر نسبت** ۲ است.

$$S_8=\frac{a_1(q^8-1)}{q-1}\Rightarrow 510=\frac{a_1(2^8-1)}{2-1}\Rightarrow 510=a_1\times 255\Rightarrow a_1=2$$

دنبالهٔ هندسی

دنباله‌ای است که هر جملهٔ آن غیر از جملهٔ اول از ضرب یک مقدار ثابت **غیرصفر** در جملهٔ قبل به‌دست می‌آید. این مقدار ثابت را **قدرنسبت دنبالهٔ هندسی** می‌نامیم و آن را با q یا r نشان می‌دهیم. در دنبالهٔ هندسی حاصل تقسیم هر جمله بر جملهٔ قبل، مقداری ثابت است. جملهٔ اول در دنبالهٔ هندسی باید عددی غیرصفر باشد.

$$\underset{\times ۲}{۳},\underset{\times ۲}{۶},\underset{\times ۲}{۱۲},\underset{\times ۲}{۲۴},\underset{\times ۲}{۴۸},\underset{\times ۲}{۹۶},\ldots$$

مجموع جملات دنبالهٔ هندسی

اگر $a_۱$ جملهٔ اول و $r \neq ۱$ قدرنسبت دنبالهٔ هندسی باشد، مجموع n جملهٔ اول دنباله برابر است با:

$$S_n = a_۱ + a_۲ + \ldots + a_n = \frac{a_۱(r^n - ۱)}{r - ۱}$$

۲- به‌ازای کدام مقدار a نمودار سهمی $y = a(۲x-۱)^۲ + (۲x+۱)^۲ - ۳$ بر محور xها مماس است؟

۱) ۶ ۲) ۳ ۳) -۳ ۴) -۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۲ ـ ۱۱۰۱)

برای مماس بودن سهمی بر محور xها باید معادلهٔ درجه دوم نظیر آن **ریشهٔ مضاعف** داشته باشد و این یعنی در معادلهٔ $y = ۰$ باید $\Delta = ۰$ باشد:

$$a(۴x^۲ - ۴x + ۱) + ۴x^۲ + ۴x + ۱ - ۳ = ۰$$

$$۴(a+۱)x^۲ + ۴(۱-a)x + a - ۲ = ۰$$

$$\Delta = ۰ \Rightarrow ۱۶(۱-a)^۲ - ۱۶(a+۱)(a-۲) = ۰ \Rightarrow (۱ - ۲a + a^۲) - (a^۲ - a - ۲) = ۰$$

$$\Rightarrow ۱ - ۲a + \cancel{a^۲} - \cancel{a^۲} + a + ۲ = ۰ \Rightarrow a = ۳$$

تعداد برخوردهای تابع f با محور xها

جواب‌های معادلهٔ درجه دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ **صفرهای تابع** $f(x) = ax^۲ + bx + c$ است که همان **طول نقاط تلاقی تابع f و محور xها** است. بنابراین:

۱) اگر $\Delta > ۰$ باشد، نمودار f محور xها را در **دو نقطه** قطع می‌کند.

۲) اگر $\Delta = ۰$ باشد، نمودار f بر محور xها در نقطهٔ $x = -\frac{b}{۲a}$ **مماس** است (در نقطهٔ رأس سهمی).

۳) اگر $\Delta < ۰$ باشد، نمودار f محور xها را **قطع نمی‌کند**.

۳- مجموع ریشه‌های معادلهٔ $۲x^۲ + mx + ۳m - ۲ = ۰$ از حاصل‌ضرب ریشه‌های آن، ۱۳ واحد بیشتر است. اختلاف ریشه‌های معادله چقدر است؟

۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۷

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

ترجمهٔ صورت سؤال

«مجموع ریشه‌های معادله از حاصل‌ضرب ریشه‌های آن، ۱۳ واحد بیشتر است.» یعنی: $S = P + ۱۳$

اگر S مجموع و P حاصل‌ضرب ریشه‌ها باشد، داریم:

$$S = P + ۱۳ \Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{c}{a} + ۱۳ \Rightarrow -\frac{m}{۲} = \frac{۳m - ۲}{۲} + ۱۳$$

$\xrightarrow{\times ۲} -m = ۳m - ۲ + ۲۶ \Rightarrow ۴m = -۲۴ \Rightarrow m = -۶$

روش اول

با جایگذاری $m=-۶$ در معادله داریم:

$$\Rightarrow ۲x^۲ - ۶x - ۲۰ = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۳x - ۱۰ = ۰ \Rightarrow (x-۵)(x+۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x_۱ = ۵ \\ x_۲ = -۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_۱ - x_۲ = ۷$$

روش دوم

اختلاف ریشه‌ها برابر است با:

$$|x_۱ - x_۲| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{m^۲ - ۸(۳m-۲)}}{۲}$$

$$\xrightarrow{m=-۶} |x_۱ - x_۲| = \frac{\sqrt{۳۶ - ۸(-۱۸-۲)}}{۲} = \frac{\sqrt{۱۹۶}}{۲} = \frac{۱۴}{۲} = ۷$$

کلاس درس ریشه‌ها

اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم $ax^۲ + bx + c = ۰$ باشند، آنگاه:

مجموع ریشه‌ها: $S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

حاصل ضرب ریشه‌ها: $P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$

تفاضل ریشه‌ها: $|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \sqrt{S^۲ - ۴P}$

ماز

۴- در یک دنبالهٔ حسابی مجموع چهار جملهٔ اول برابر ۸ و مجموع هشت جملهٔ اول برابر ۲۴ است. مجموع دوازده جملهٔ اول این دنباله چقدر است؟

۱) ۵۶ ۲) ۴۰ ۳) ۳۶ ۴) ۴۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۳ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

با استفاده از فرمول مجموع جملات دنبالهٔ حسابی داریم:

$$\begin{cases} S_۴ = \frac{۴}{۲}(۲a_۱ + ۳d) = ۸ \Rightarrow ۲a_۱ + ۳d = ۴ \\ S_۸ = \frac{۸}{۲}(۲a_۱ + ۷d) = ۲۴ \Rightarrow ۲a_۱ + ۷d = ۶ \end{cases} \xrightarrow{\text{از هم کم می‌کنیم}} \begin{cases} a_۱ = \frac{۵}{۴} \\ d = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$

$$S_{۱۲} = \frac{۱۲}{۲}(۲a_۱ + ۱۱d) = ۶(\overbrace{\frac{۵}{۲} + \frac{۱۱}{۲}}^{۸}) = ۴۸$$

روش دوم

اگر جملات دنباله را به‌طور متوالی ۴تا ۴تا با هم جمع کنیم، دنبالهٔ حاصل یک دنبالهٔ حسابی جدید تشکیل می‌دهد:

$$\underbrace{a_۱ + a_۲ + a_۳ + a_۴}_{۸}, \underbrace{a_۵ + a_۶ + a_۷ + a_۸}_{۲۴-۸=۱۶}, \underbrace{a_۹ + a_{۱۰} + a_{۱۱} + a_{۱۲}}_{x} \Rightarrow \text{قدرنسبت} = ۸$$

$x = ۱۶ + ۸ = ۲۴ \Rightarrow S_{۱۲} = ۸ + ۱۶ + ۲۴ = ۴۸$

مجموع جملات دنبالهٔ حسابی

در یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول $a_۱$ و قدرنسبت d، مجموع n جملهٔ اول برابر است با:

$$S_n = a_۱ + \underbrace{(a_۱ + d)}_{a_۲} + \cdots + \underbrace{(a_۱ + (n-۱)d)}_{a_n} \Rightarrow S_n = \frac{n}{۲}(a_۱ + a_n) = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n-۱)d)$$

دسته‌بندی جملات دنبالهٔ حسابی

اگر جملات یک دنبالهٔ حسابی را به‌صورت مقابل به دسته‌های n تایی تقسیم کنیم داریم:

$$\underbrace{a_۱, a_۲, a_۳, \ldots, a_n}_{n \text{ جمله}}, \underbrace{a_{n+۱}, a_{n+۲}, a_{n+۳}, \ldots, a_{۲n}}_{n \text{ جمله}}, \underbrace{a_{۲n+۱}, a_{۲n+۲}, a_{۲n+۳}, \ldots, a_{۳n}}_{n \text{ جمله}}$$

$\text{جمع جملات} = S_۱$

$$\underbrace{a_۱, a_۲, a_۳, \ldots, a_n}_{n \text{ جمله}}, \underbrace{a_۱ + nd, a_۲ + nd, a_۳ + nd, \ldots, a_n + nd}_{n \text{ جمله}}, \underbrace{a_۱ + ۲nd, a_۲ + ۲nd, a_۳ + ۲nd, \ldots, a_n + ۲nd, \ldots}_{n \text{ جمله}}$$

$\text{جمع جملات} = S_۱$ | $\text{جمع جملات} = S_۱ + n^۲d$ | $\text{جمع جملات} = S_۱ + ۲n^۲d$

بنابراین مجموع جملات دسته‌ها، **تشکیل یک دنبالهٔ حسابی** با جملهٔ اول $S_۱$ و **قدرنسبت** $n^۲d$ می‌دهند.

$$S_۱, \underbrace{S_۱ + n^۲d}_{\text{مجموع } n \text{ جملهٔ دوم دنباله}}, \underbrace{S_۱ + ۲n^۲d}_{\text{مجموع } n \text{ جملهٔ سوم دنباله}}, \underbrace{S_۱ + ۳n^۲d}_{\text{مجموع } n \text{ جملهٔ چهارم دنباله}}, \ldots$$

(مجموع n جملهٔ اول دنباله)

ماز

۵- معادلهٔ $۳x^۲ - ۲mx + ۳m + ۱۲ = ۰$ دارای دو ریشهٔ حقیقی مثبت و متمایز است. حدود m کدام است؟

۱) $m < -۴$ ۲) $-۴ < m < -۳$ ۳) $m > ۱۲$ ۴) $۰ < m < ۱۲$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۱۲ ـ ۱۱۰۱)

برای داشتن **دو ریشهٔ حقیقی مثبت و متمایز** سه شرط زیر را بررسی می‌کنیم:

۱) $\Delta > ۰ \Rightarrow ۴m^۲ - ۱۲(۳m + ۱۲) > ۰ \xrightarrow{\div ۴} m^۲ - ۹m - ۳۶ > ۰ \Rightarrow (m - ۱۲)(m + ۳) > ۰ \Rightarrow m < -۳$ یا $m > ۱۲$

۲) $P > ۰ \Rightarrow \frac{۳m + ۱۲}{۳} > ۰ \Rightarrow m > -۴$

۳) $S > ۰ \Rightarrow \frac{۲m}{۳} > ۰ \Rightarrow m > ۰$

از **اشتراک** تمام شرایط بالا به نامساوی $m > ۱۲$ می‌رسیم.

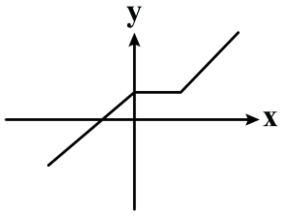
علامت ریشه‌های حقیقی معادلهٔ درجه دوم

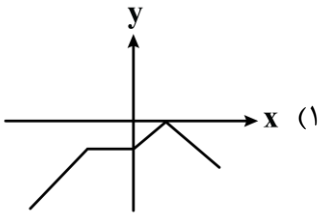
اگر معادلهٔ درجه دوم $ax^۲+bx+c=۰$ دو ریشهٔ متمایز داشته باشد $(\Delta>۰)$؛ برای تشخیص علامت ریشه‌ها داریم:

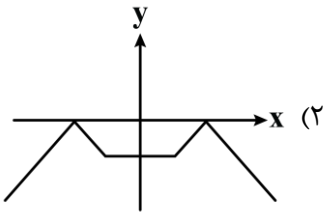
علامت‌ها	هم‌علامت		غیرهم‌علامت	
حالت‌ها	هر دو ریشه مثبت باشند.	هر دو ریشه منفی باشند.	اندازهٔ ریشهٔ مثبت بزرگ‌تر از اندازهٔ ریشهٔ منفی باشد.	اندازهٔ ریشهٔ منفی بزرگ‌تر از اندازهٔ ریشهٔ مثبت باشد.
شرایط	$S>۰$ $P>۰$	$S<۰$ $P>۰$	$S>۰$ $P<۰$	$S<۰$ $P<۰$

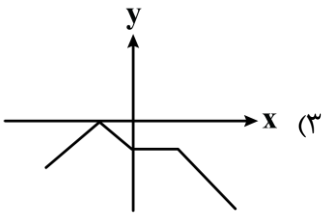
ماز

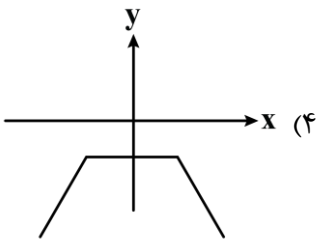
۶- نمودار تابع f به‌صورت مقابل است. نمودار تابع $y=-|f(x)|$ چگونه است؟



۱)


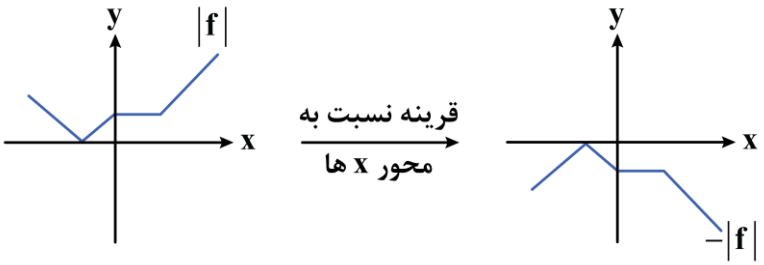
۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۲۷ ـ ۱۱۰۱)

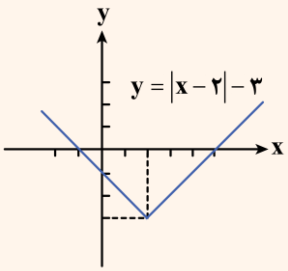
برای رسم $|f(x)|$ کافی است در جاهایی که نمودار $f(x)$ **زیر محور** xها است یا به عبارتی $f(x)<۰$ می باشد، $f(x)$ را نسبت به محور xها **بازتاب** دهیم. سپس برای رسم $-|f(x)|$ کل نمودار قبل را نسبت به محور xها قرینه کنیم.

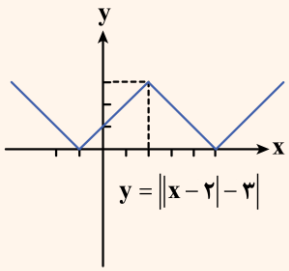


رسم نمودار $y=|f(x)|$ از روی نمودار $y=f(x)$

ابتدا نمودار $y=f(x)$ را رسم می‌کنیم، سپس قرینهٔ قسمتی از نمودار این تابع که زیر محور xها قرار دارد را نسبت به محور xها به‌دست می‌آوریم و بخش پایین محور xها را حذف می‌کنیم.

یه نمونهٔ باحال ببین!





یادآوری!

برای رسم نمودار $y=-f(x)$ از روی نمودار f کافی است نمودار را **نسبت به محور xها قرینه** کنیم.

ماز

۷- یک کیک را ابتدا بین افراد حاضر در یک مهمانی به‌طور مساوی تقسیم کردیم، سپس ۴ نفر این مهمانی را ترک کردند و دوباره کیکی به همان اندازهٔ قبل را بین نفرات باقی‌مانده تقسیم کردیم که $\frac{۴}{۳}$ برابر حالت قبل به هر نفر کیک رسید. اگر نصف کیک را بین نفرات ابتدایی تقسیم می‌کردیم، به هر نفر چه سهمی از کیک می‌رسید؟

۱) $\frac{۱}{۳۶}$ ۲) $\frac{۱}{۱۶}$ ۳) $\frac{۱}{۲۴}$ ۴) $\frac{۱}{۳۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۱۰۱)

تعداد افراد را n در نظر بگیرید. در حالت اول به هر نفر $\frac{۱}{n}$ از کیک می‌رسد اما بعد از رفتن ۴ نفر، به هر نفر $\frac{۱}{n-۴}$ از کیک می‌رسد. پس داریم:

$$\frac{۱}{n-۴}=\frac{۴}{۳}\times\frac{۱}{n} \xrightarrow{\times ۳n(n-۴)} ۴n-۱۶=۳n \Rightarrow n=۱۶$$

پس اگر **نصف کیک** را تقسیم کنیم به هر نفر $\frac{\frac{۱}{۲}}{۱۶}$ یعنی $\frac{۱}{۳۲}$ کیک می‌رسد.

حل معادلات گویا!

یک راه برای حل معادلات گویا این است که، **طرفین معادله را در کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج کسرها ضرب کنیم** تا به یک معادلهٔ چندجمله‌ای برسیم که معمولاً درجهٔ دو می‌باشد.

باید دقت داشت که **ریشه‌های مخرج کسرها جزء دامنه نمی‌باشند**؛ بنابراین از مجموعه جواب **حذف** می‌شوند.

ماز

۸- اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $\sqrt{۳x-۲}-\sqrt{x-۱}=۱$ باشند، حاصل $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۰}{۳}$ ۲) ۲/۵ ۳) ۴/۲۵ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۱۰۱)

برای حل معادلهٔ گنگ ابتدا یک رادیکال را یک سمت نگه می‌داریم و باقی عبارت‌ها را به سمت دیگر تساوی می‌بریم:

$$\sqrt{۳x-۲}=\sqrt{x-۱}+۱$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۳x-۲=x-۱+۱+۲\sqrt{x-۱} \Rightarrow ۲x-۲=۲\sqrt{x-۱}$$

$$\xrightarrow{\div ۲} x-۱=\sqrt{x-۱} \xrightarrow{\text{توان ۲}} (x-۱)^۲=x-۱$$

$$(x-۱)^۲-(x-۱)=۰ \Rightarrow (x-۱)(x-۱-۱)=۰ \Rightarrow \begin{cases}\alpha=۱\\ \beta=۲\end{cases} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}=\frac{۱}{۲}+۲=۲/۵$$

حل معادلات رادیکالی

برای حل معادلاتی که مجموع یا تفاضل دو عبارت رادیکالی با فرجهٔ دو با یک عدد برابر شده، بهتر است **یکی از رادیکال‌ها را در یک طرف** تساوی **تنها** کنیم و رادیکال دیگر را به طرف دیگر تساوی ببریم، سپس دو طرف تساوی را به **توان ۲** برسانیم که مجدداً یک رادیکال در معادله ظاهر می‌شود و در این مرحله رادیکال را در یک طرف تساوی تنها می‌کنیم و بقیهٔ عبارت‌ها را به طرف دیگر تساوی می‌بریم و مجدداً دو طرف تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم تا جواب‌های معادله به‌دست آیند. **در نهایت جواب‌های به‌دست آمده را در معادلهٔ اولیه امتحان می‌کنیم** و اگر در آن صدق کردند آن‌ها را قبول می‌کنیم و در غیر این صورت آن‌ها را قبول نمی‌کنیم.

SanjeshCloud

یه نمونهٔ باحال ببین!

معادلهٔ $\sqrt{x+5}-\sqrt{x}=1$ را حل کنید.

$$\sqrt{x+5}=\sqrt{x}+1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x+5=x+2\sqrt{x}+1 \Rightarrow 2\sqrt{x}=4 \Rightarrow \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4 \checkmark$$

۹- مجموعه جواب نامعادله‌های $|3x-2|<x$ و $|2x-a|<b$ یکسان است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ ترکیبی ـ زمان‌بر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۲۵ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

در نامعادلهٔ $|3x-2|<x$ با فرض آن‌که مقدار x **مثبت** است، طرفین را به **توان ۲** می‌رسانیم:

$$x>0 \Rightarrow (3x-2)^2<x^2$$
$$\Rightarrow 8x^2-12x+4<0 \xrightarrow{\div 4} 2x^2-3x+1<0$$
$$\xrightarrow[x=1,x=\frac{1}{2}]{\text{مجموع ضرایب صفر}} \frac{1}{2}<x<1 \Rightarrow 1<2x<2$$

روش دوم

$$|3x-2|<x \xrightarrow{x>0} -x<3x-2<x \Rightarrow \begin{cases} 3x-2>-x \Rightarrow x>\frac{1}{2} \\ 3x-2<x \Rightarrow x<1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \frac{1}{2}<x<1 \Rightarrow 1<2x<2$$

از طرفی:

$$|2x-a|<b \Rightarrow -b<2x-a<b \Rightarrow -b+a<2x<b+a$$

با مقایسهٔ دو نامساوی به‌دست آمده به دستگاه زیر می‌رسیم:

$$\begin{cases} a-b=1 \\ b+a=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{3}{2} \\ b=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{1}{3}$$

حل نامعادلات قدرمطلقی

۱) $|f(x)|<g(x) \xrightarrow{g(x)>0} -g(x)<f(x)<g(x)$

یعنی **اشتراک** جواب‌های نامعادلات $f(x)>-g(x)$ و $f(x)<g(x)$ را به‌دست می‌آوریم.

۲) $|f(x)|>g(x) \Rightarrow f(x)>g(x)$ یا $f(x)<-g(x)$

یعنی **اجتماع** جواب‌های نامعادلات $f(x)>g(x)$ و $f(x)<-g(x)$ را به‌دست می‌آوریم.

۳) $|f(x)|<|g(x)| \Rightarrow f^2(x)<g^2(x)$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۰- معادلهٔ $\frac{۱}{\sqrt{x}-۲}=۲-\frac{۳}{\sqrt{x}+۲}$ چند جواب دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۱۰۱)

ابتدا هر دو کسر را به **یک طرف تساوی** می‌بریم و **مخرج مشترک** می‌گیریم:

$$\frac{۱}{\sqrt{x}-۲}+\frac{۳}{\sqrt{x}+۲}=۲\Rightarrow \underbrace{\frac{۴\sqrt{x}-۴}{(\sqrt{x}-۲)(\sqrt{x}+۲)}}_{\text{اتحاد مزدوج}}=۲$$

$$\xrightarrow{\div ۲}\frac{۲\sqrt{x}-۲}{x-۴}=۱\Rightarrow x-۲\sqrt{x}-۲=۰$$

$$\xrightarrow{\sqrt{x}=t} t^۲-۲t-۲=۰$$

$$\xrightarrow{\Delta=۱۲}\sqrt{x}=t=\frac{۲\pm\sqrt{۱۲}}{۲}=۱\pm\sqrt{۳}$$

$\sqrt{x}$ **نمی‌تواند منفی** باشد، پس فقط یک جواب $(۱+\sqrt{۳})^۲$ برای x قابل‌قبول است.

قِلِقِش رو یاد بگیر!

برای حل معادلات به شکل $ax+b\sqrt{x}+c=۰$ با **تغییر متغیر** $\sqrt{x}=t$ معادله به یک معادلهٔ درجه دو تبدیل می‌شود. با حل آن چون $t=\sqrt{x}\geq ۰$ فقط جواب‌های **نامنفی قابل‌قبول** است.

ماز

۱۱- معادلهٔ $\sqrt{x^۲-۲x+۱}=\frac{x}{۲}+k$ دو جواب دارد که مجموع آن‌ها برابر ۴ است. k کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۲۸ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

ابتدا زیر رادیکال را با **اتحاد مربع دوجمله‌ای** ساده می‌کنیم:

$$x^۲-۲x+۱=(x-۱)^۲$$

$$\Rightarrow\sqrt{(x-۱)^۲}=\frac{x}{۲}+k\Rightarrow|x-۱|=\frac{x}{۲}+k$$

$$\begin{cases} x\geq ۱\Rightarrow x-۱=\frac{x}{۲}+k\Rightarrow\frac{x}{۲}=k+۱\Rightarrow x=۲k+۲ \\ x<۱\Rightarrow -x+۱=\frac{x}{۲}+k\Rightarrow\frac{۳}{۲}x=۱-k\Rightarrow x=\frac{۲-۲k}{۳}\end{cases}$$

$$\text{مجموع جواب‌ها}=۲k+۲+\frac{۲-۲k}{۳}=\frac{۴k+۸}{۳}=۴$$

$$\Rightarrow ۴k+۸=۱۲\Rightarrow ۴k=۴\Rightarrow k=۱$$

روش دوم

با استفاده از روش حل **معادلات گنگ** داریم:

$$\sqrt{x^۲-۲x+۱}=\frac{x}{۲}+k\xrightarrow{\text{توان ۲}}x^۲-۲x+۱=\frac{۱}{۴}x^۲+kx+k^۲$$

$$\Rightarrow\frac{۳}{۴}x^۲+(-۲-k)x+۱-k^۲=۰$$

$$S=\frac{۲+k}{\frac{۳}{۴}}=۴\Rightarrow ۲+k=۳\Rightarrow k=۱ \xrightarrow{\text{مجموع جواب‌ها ۴}}$$

ویژگی‌های قدرمطلق

۱) $|x|=\begin{cases}x & ; x\geq ۰\\ -x & ; x<۰\end{cases}$

۲) $|x|=a\Rightarrow x=\pm a; a>۰$

۳) $|x|=|a|\Rightarrow x=\pm a$

۴) $\sqrt{x^۲}=|x|$

۵) $|-x|=|x|$

۶) $|x|^۲=x^۲$

۷) $|xy|=|x|\times|y|$

۸) $\left|\frac{x}{y}\right|=\frac{|x|}{|y|}\ ; y\neq ۰$

۹) $|x|\leq a\Rightarrow -a\leq x\leq a; (a>۰)$

۱۰) $|x|\geq a\Rightarrow (x\geq a)$ یا $(x\leq -a); (a>۰)$

ماز

۱۲- **شخصی از شهر A به شهر B می‌رود و پس از ۲ ساعت توقف همین مسیر را برمی‌گردد. مدت زمان سفر در مجموع ۱۶ ساعت است. در صورتی که سرعت رفت، ۲ کیلومتر بر ساعت از سرعت برگشت کمتر و فاصلهٔ بین دو شهر ۴۸ کیلومتر باشد، سرعت رفت چقدر است؟**

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۱۰۱)

اولاً می‌دانیم که سرعت برابر است با مسافت پیموده شده به زمان، و از آن داریم:

$$\text{زمان}=\frac{\text{مسافت}}{\text{سرعت}}$$

سرعت رفت را x فرض می‌کنیم:

$$\underbrace{\frac{۴۸}{x}}_{\text{زمان رفت}}+\underbrace{\frac{۴۸}{x+۲}}_{\text{زمان برگشت}}+\underbrace{۲}_{\text{زمان توقف}}=۱۶\Rightarrow \frac{۴۸}{x}+\frac{۴۸}{x+۲}=۱۴$$

$$\Rightarrow \frac{۴۸(۲x+۲)}{x(x+۲)}=۱۴\Rightarrow \frac{۴۸(x+۱)}{x(x+۲)}=۷\Rightarrow ۷(x^۲+۲x)=۴۸x+۴۸\Rightarrow ۷x^۲-۳۴x-۴۸=۰\Rightarrow (x-۶)(۷x+۸)=۰$$

$$\Rightarrow ۷x^۲-۳۴x-۴۸=۰\Rightarrow (x-۶)(۷x+۸)=۰ \xrightarrow{x>۰} x=۶$$

پیوند با فیزیک

اگر متحرکی مسافت x را در زمان t با سرعت v طی کند، آنگاه:

$$\text{زمان } t=\frac{x}{v}=\frac{\text{مسافت}}{\text{سرعت}}$$

تیز باش!

وقتی به معادلهٔ $\frac{۴۸}{x}+\frac{۴۸}{x+۲}=۱۴$ رسیدیم می‌توانستیم با امتحان گزینه‌ها به جواب برسیم.

ماز

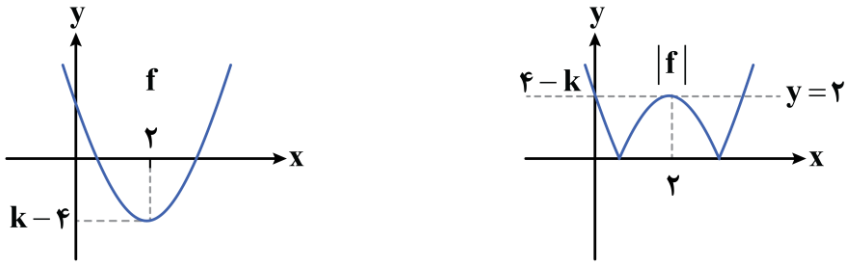
۱۳- **تابع $f(x)=x^۲-۴x+k$ مفروض است. به‌ازای کدام مقدار k معادلهٔ $|f(x)|=۲$ سه جواب متمایز دارد؟**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) -۱

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۲۷ ـ ۱۱۰۱)

$$f(x)=x^۲-۴x+k\Rightarrow x_s=\frac{۴}{۲}=۲\Rightarrow y_s=k-۴$$

نمودار f و $|f|$ باید به‌صورت زیر باشند:



پس در واقع برای اینکه در سه نقطه متقاطع باشند، باید قرینه شدهٔ عرض رأس سهمی **هم‌عرض** با خط $y=۲$ باشد:

$$\Rightarrow ۴-k=۲\Rightarrow k=۲$$

۱۴- مساحت ناحیهٔ محدود به نمودار تابع $f(x)=|x+۱|+|x-۲|$ و خط $y=x+۴$ چقدر است؟

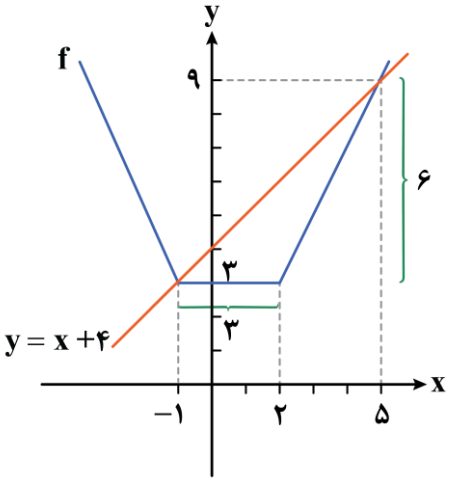
۱) ۹ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۲۴ ـ ۱۱۰۱)

نمودار f و خط داده‌شده را رسم می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases} x+۱+x-۲=۲x-۱ & x\geq ۲ \\ x+۱+۲-x=۳ & -۱<x<۲ \\ -x-۱+۲-x=۱-۲x & x\leq -۱ \end{cases}$$

نقطهٔ برخورد خط و نمودار f:



$$\begin{cases} ۲x-۱=x+۴\Rightarrow x=۵ \\ ۱-۲x=x+۴\Rightarrow x=-۱ \end{cases}$$

در نتیجه مساحت **مثلث** محدود بین نمودار f و خط مذکور برابر است با:

$$S=\frac{۱}{۲}\times ۳\times ۶=۹$$

روش کلی برای رسم نمودار توابع قدرمطلقی

در حالت کلی برای رسم نمودار توابع قدرمطلقی، کافی است **عبارت داخل قدرمطلق** را **تعیین علامت** کرده و تابع قدرمطلقی را به تابع **چندضابطه‌ای** تبدیل و بعد نمودار آن را رسم کنیم.

یه نمونهٔ باحال ببین!

نمودار تابع $y=x+|x-۱|$ را رسم کنید.

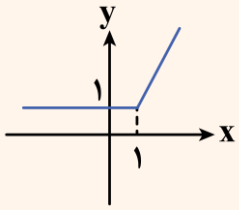
پاسخ تشریحی:

ابتدا عبارت داخل قدرمطلق را تعیین علامت می‌کنیم تا بتوانیم قدرمطلق را حذف کنیم:

x		۱	
x−۱	−	۰	+

$$y=\begin{cases} x+(x-۱) & x\geq ۱ \\ x-(x-۱) & x\leq ۱ \end{cases}\Rightarrow y=\begin{cases} ۲x-۱ & x\geq ۱ \\ ۱ & x\leq ۱ \end{cases}$$

در نتیجه نمودار تابع به‌صورت زیر است:



۱۵- مجموعه جواب نامعادلهٔ $|x+۳|\le|x-۲|+|۲x+۱|$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ حسابان ۱ صفحهٔ ۲۵ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

با استفاده از **تعیین علامت عبارات داخل قدرمطلق‌ها** و حل نامعادله در هر بازه داریم:

$$\begin{cases} x\le -۳: -۲x-۱-x+۲\le -۳-x \Rightarrow x\ge ۲ \xrightarrow{\text{اشتراک با دامنه}} \varnothing \\ -۳<x\le -\frac{۱}{۲}: -۲x-۱-x+۲\le ۳+x \Rightarrow -\frac{۱}{۲}\le x \xrightarrow{\text{اشتراک با دامنه}} \varnothing \\ -\frac{۱}{۲}<x\le ۲: ۲x+۱-x+۲\le ۳+x \Rightarrow ۳\le ۳ \checkmark \xrightarrow{\text{اشتراک با دامنه}} -\frac{۱}{۲}\le x\le ۲ \\ ۲<x: ۲x+۱+x-۲\le ۳+x \Rightarrow x\le ۲ \xrightarrow{\text{اشتراک با دامنه}} \varnothing \end{cases}$$

توجه داشته باشید که در بازهٔ سوم به یک رابطهٔ همیشه درست رسیدیم که در تمام نقاط دامنه‌اش برقرار است، پس کل دامنه برای آن مجموعه جواب است. در نهایت:

$$\varnothing\cup\varnothing\cup\left[\frac{۱}{۲},۲\right]\cup\varnothing=\left[\frac{۱}{۲},۲\right]$$

که شامل ۳ عدد صحیح ۰، ۱ و ۲ است.

روش دوم

برای هر دو عدد a و b رابطهٔ $|a|+|b|\ge|a+b|$ برقرار است و حالت **تساوی** وقتی اتفاق می‌افتد که $ab\ge ۰$ باشد:

$$|۲x+۱|+|x-۲|=|۲x+۱|+|۲-x|$$
$$|۲x+۱|+|۲-x|\ge|۲x+۱+۲-x|$$
$$|۲x+۱|+|۲-x|\ge|x+۳|$$

پس نامساوی صورت سؤال **فقط** در حالت **تساوی** برقرار است:

$$|۲x+۱|+|۲-x|=|x+۳|$$
$$\Rightarrow (۲x+۱)(۲-x)\ge ۰ \Rightarrow -\frac{۱}{۲}\le x\le ۲$$

پس x می‌تواند برابر با ۳ عدد صحیح ۰، ۱ یا ۲ باشد.

نامساوی مثلثی

$$\forall a,b\in\mathbb{R}: |a|+|b|\ge|a+b|$$

$$|a|+|b|=|a+b|\Leftrightarrow ab\ge ۰ \quad (a,b\text{ هم‌علامت})$$

سلام به مازی‌های عزیز

«**دایره**» یکی از بحث‌های شیرین و جذاب **هندسه** است که بحث هندسی آن در هندسه ۲ و بحث تحلیلی آن در هندسه ۳ مطرح شده است. بازی با «**زوایا**» و نیز «**روابط طولی در دایره**» معمولاً برای دانش‌آموزان جذابیت‌های خاص خود را دارد. توجه داشته باشید که حل مسائل جذاب هندسی همانند گرم کردن اولیه در ورزش می‌باشد و شما را برای درک سایر مسائل درسی آماده‌تر می‌کند. سهم سرفصل حاضر در امتحان نهایی و کنکور سراسری نیز به شرح زیر است:

نام فصل	تعداد تست در کنکور	بارم در امتحان پایان‌ترم
دایره	۲ تست	۸ نمره
سرفصل حاضر	حداکثر ۱ تست	۳ نمره

«**منطق ریاضی**» که در درس اول از فصل اول **آمار و احتمال** ارائه می‌شود، **بیان گزاره‌ها و عبارت‌ها به زبان ریاضی** است. قوانین حاکم در منطق ریاضی اعم از جذب، دمورگان و ... همان قوانینی است که در جبر مجموعه‌ها وجود دارد، بنابراین تسلط در یکی از این دو موضوع خودبه‌خود باعث تسلط بر دیگری هم می‌شود. در حل **برخی** از تست‌های این مبحث در کنکور سراسری می‌توانید با ارزش‌گزاری گزینه‌ها، پاسخ‌های نادرست را پیدا کرده و با **رد گزینه**، پاسخ درست را بیابید. سهم سرفصل حاضر در کنکور سراسری و امتحان نهایی خرداد به شکل زیر است:

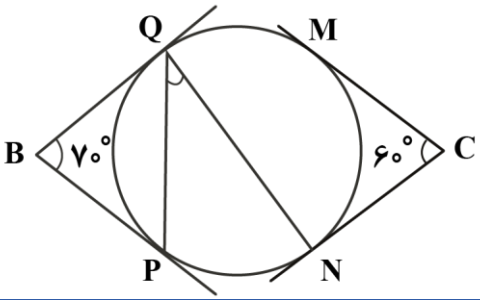
نام فصل	تعداد تست در کنکور	بارم در امتحان پایان‌ترم
آشنایی با مبانی ریاضیات	۲ تست	۶ نمره
سرفصل حاضر	۱ تست	۲/۵ نمره

موفق باشید.

رسول حاجی‌زاده ـ مسئول درس هندسه، گسسته و آمار آزمون‌های تستی ماز

۱۶- در شکل اضلاع زاویه‌های $\hat{B}$ و $\hat{C}$ بر دایره به شعاع R مماس‌اند. اگر $MQ = R$ باشد، آنگاه اندازهٔ زاویهٔ $P\hat{Q}N$ چند درجه است؟

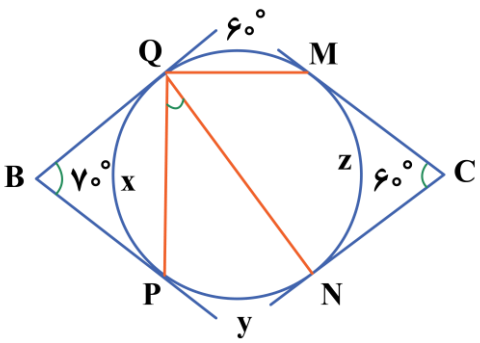
۱) ۶۵°
۲) ۳۰°
۳) $۳۲/۵^\circ$
۴) ۳۵°



پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۱۰۱)

اگر از مرکز دایره به نقاط M و Q وصل کنیم، آنگاه اضلاع **مثلث** ایجادشده همگی برابر R **شعاع** دایره هستند، پس مثلث ایجادشده **متساوی‌الاضلاع** است. در نتیجه کمان $\overset{\frown}{MQ}$ برابر ۶۰° است.

اکنون با توجه به شکل می‌نویسیم:



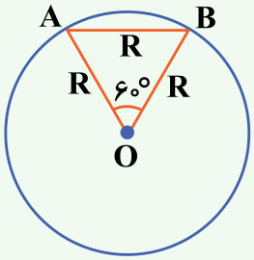
$$\left.\begin{aligned} ۷۰^\circ = \frac{۶۰^\circ + z + y - x}{۲} \Rightarrow z + y - x = ۸۰^\circ \\ ۶۰^\circ = \frac{۶۰^\circ + x + y - z}{۲} \Rightarrow x + y - z = ۶۰^\circ \end{aligned}\right\} \xrightarrow{+} ۲y = ۱۴۰^\circ \Rightarrow y = ۷۰^\circ$$

بنابراین **زاویهٔ محاطی** $\hat{PQN}$ برابر است با:

$$\hat{PQN}=\frac{y}{۲}=\frac{۷۰^\circ}{۲}=۳۵^\circ$$

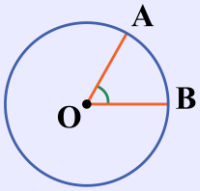
وتری به طول شعاع دایره

اگر طول یک وتر برابر با شعاع دایره باشد، کمان کوچک‌تر محدود به آن وتر برابر ۶۰° است، چون در این حالت مثلث OAB **متساوی‌الاضلاع** است و زاویه مرکزی $\hat{AOB}=۶۰^\circ$ است و زاویهٔ مرکزی با کمان مقابل خود برابر است.



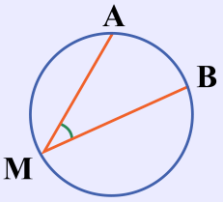
معرفی زوایا در دایره

زاویهٔ مرکزی: زاویه‌ای که رأس آن مرکز دایره بوده و اضلاع آن شعاع‌های دایره هستند. اندازهٔ زاویهٔ مرکزی برابر اندازهٔ کمان روبه‌روی آن است.



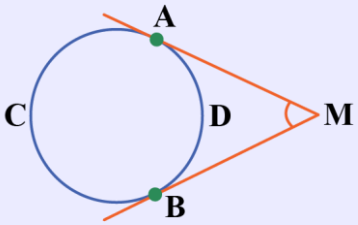
$$\hat{O}=\overset{\frown}{AB}$$

زاویهٔ محاطی: زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره بوده و اضلاع آن وترهای دایره هستند. اندازهٔ زاویهٔ محاطی برابر نصف اندازهٔ کمان روبه‌روی آن است.



$$\hat{M}=\frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$$

اندازهٔ زاویهٔ بین دو مماس در دایره:



$$\hat{M}=\frac{\overset{\frown}{ACB}-\overset{\frown}{ADB}}{۲}$$

۱۷- دو دایرهٔ $C(O,m+۲)$ و $C'(O',m-۲)$ مماس بیرونی هستند. اگر $OO'=۳m-۱۲$ باشد، آنگاه مقدار $\frac{m}{۳}+۱$ برابر کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۲۰ ـ ۱۱۰۱)

در دو دایرهٔ مماس بیرونی طول خط‌المرکزین برابر **مجموع شعاع‌های دو دایره** است. پس:

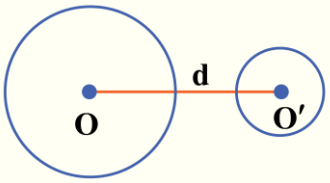
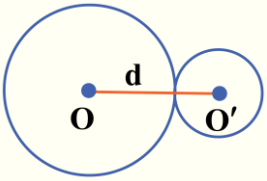
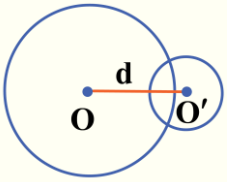
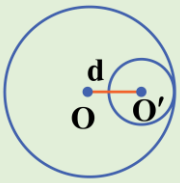
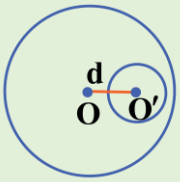
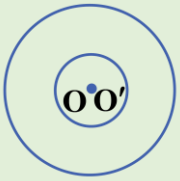
$$OO'=R+R'\Rightarrow ۳m-۱۲=m+۲+m-۲\Rightarrow m=۱۲$$

بنابراین:

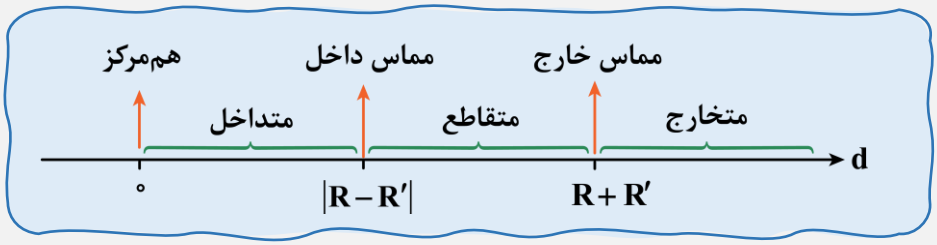
$$\frac{m}{۳}+۱=۴+۱=۵$$

وضعیت نسبی دو دایره

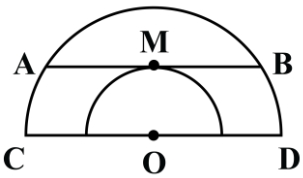
دو دایرهٔ C و C' دارای وضعیت‌های زیر نسبت به هم هستند:

۱. متخارج	۲. مماس خارج	۳. متقاطع
		
$d > R + R'$	$d = R + R'$	$\lvert R - R' \rvert < d < R + R'$
۴. مماس داخل	**۵. متداخل**	**۶. هم‌مرکز**
		
$d = \lvert R - R' \rvert \; ; (R \neq R')$	$d < \lvert R - R' \rvert$	$d = 0$

وضعیت دو دایره در یک نگاه



۱۸- دو نیم‌دایره به مرکز O مفروض‌اند. وتر AB به طول ۸ از نیم‌دایرهٔ بزرگ‌تر مماس بر نیم‌دایرهٔ کوچک‌تر با قطر CD موازی است. مساحت بین این دو نیم‌دایره برابر کدام است؟

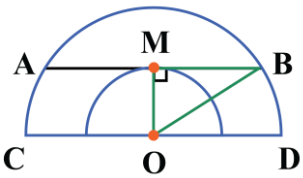


۱) 8π
۲) 16π
۳) 4π
۴) 10π

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۱ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

از مرکز O به نقطهٔ تماس M وصل می‌کنیم در این صورت OM **عمود** بر AB است. فرض کنیم شعاع نیم‌دایرهٔ بزرگ‌تر R و شعاع نیم‌دایرهٔ کوچک‌تر r باشد. داریم:



$$\overset{\triangle}{OBM}: OB^2 = OM^2 + BM^2 \xrightarrow{BM=\frac{AB}{2}=4} R^2 = r^2 + 4^2 \Rightarrow R^2 - r^2 = 16 \; (*)$$

بنابراین:

$$\text{مساحت بین دو نیم‌دایره} = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi}{2}(R^2 - r^2) \overset{(*)}{=} \frac{\pi}{2}(16) = 8\pi$$

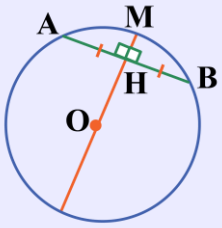
روش دوم

می‌توانید **شعاع دایرهٔ کوچک** را به سمت **صفر میل** دهید که در این صورت AB **قطر نیم‌دایرهٔ بزرگ** بوده و مساحت مطلوب کل مساحت نیم‌دایرهٔ بزرگ خواهد شد.

$$S = \frac{1}{2}\pi R^2 \xrightarrow{R=\frac{AB}{2}=4} S = \frac{1}{2} \times \pi \times 16 = 8\pi$$

شعاع عمود بر وتر

مطابق شکل، خطی که از مرکز دایره گذشته و بر وتر AB عمود است، وتر AB و کمان $\overset{\frown}{AB}$ را نصف می‌کند و برعکس.



$$OH \perp AB \Leftrightarrow \begin{cases} AH = HB \\ \overset{\frown}{AM} = \overset{\frown}{MB} \end{cases}$$

ماز

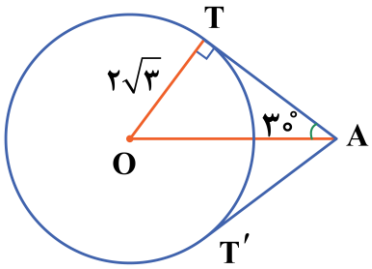
۱۹- از نقطهٔ A بیرون دایرهٔ $C(O, 2\sqrt{3})$ دو مماس بر این دایره رسم شده است. اگر زاویهٔ بین این دو مماس ۶۰° باشد، آنگاه طول مماس رسم‌شده بر دایره کدام است؟

۱) $4\sqrt{3}$ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) $3\sqrt{3}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ سریع ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۲۰ ـ ۱۱۰۱)

از نقطهٔ A **دو مماس** AT و AT' را بر دایرهٔ $C(O, 2\sqrt{3})$ رسم کرده‌ایم. می‌دانیم طول دو مماس **برابرند**، یعنی $AT = AT'$ و OA نیمساز زاویهٔ بین این دو مماس است، پس زاویهٔ $\hat{OAT}$ برابر ۳۰° است.

داریم:

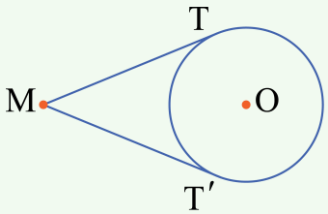


$$\overset{\triangle}{OAT}: \hat{A} = 30^\circ \Rightarrow OT = \frac{1}{2}OA \Rightarrow OA = 2OT \xrightarrow{OT=2\sqrt{3}} OA = 4\sqrt{3}$$

$$\overset{\triangle}{OAT}: \hat{O} = 60^\circ \Rightarrow AT = \frac{\sqrt{3}}{2}OA = \frac{\sqrt{3}}{2}(4\sqrt{3}) = 6$$

طول دو مماس رسم‌شده بر دایره از نقطه‌ای خارج از دایره

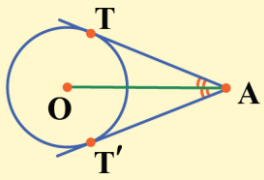
اگر از نقطه‌ای خارج از دایره دو مماس بر دایره رسم کنیم، طول این دو مماس با یکدیگر برابر است.



$$MT = MT'$$

نیمساز زاویهٔ بین دو مماس

اگر از نقطهٔ A خارج از دایرهٔ $C(O,R)$ دو مماس بر آن رسم کنیم، خطی که از A به مرکز دایره وصل می‌شود **نیمساز** زاویهٔ $T\hat{A}T'$ خواهد بود.



$$T\hat{A}O = O\hat{A}T'$$

یه نکتهٔ طلایی!

یادتون نره که **در مثلث قائم الزاویه‌ای** که یک زاویهٔ ۳۰° یا ۶۰° داشته باشه می‌تونیم از دو مورد زیر استفاده کنیم:

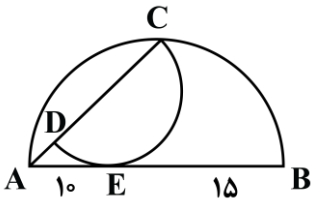
۱) سینوس زاویهٔ ۳۰° برابر با $\frac{۱}{۲}$ هست. یعنی ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰° نصف وتر می‌شه.

۲) سینوس زاویهٔ ۶۰° برابر با $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ هست. یعنی ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۶۰° برابر با $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ وتر می‌شه.

قِلِقشو یاد بگیر!

خیلی وقتا برای حل سؤالات هندسه از سینوس و کسینوس زاویهٔ ۳۰° و ۶۰° هم استفاده می‌کنیم. فقط کافیه کمی دقت کنی که چه موقع به دردت می‌خوره! 😉

۲۰- نیم‌دایره به قطر CD در نقطهٔ E بر نیم‌دایره به قطر AB مماس است. اندازهٔ AD چقدر است؟



۱) ۵

۲) $\sqrt{۱۵}$

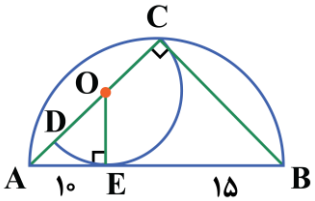
۳) $\sqrt{۱۰}$

۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۸ ـ ۱۱۰۱)

از B به C وصل می‌کنیم در این صورت زاویهٔ $A\hat{C}B$ **محاطی روبه‌روی قطر** AB است، پس $\hat{C} = ۹۰^\circ$.

چون BC در نقطهٔ C بر قطر CD **عمود** است پس BC بر نیم‌دایره به قطر CD **مماس** است. در نتیجه **طول‌های مماس‌های رسم‌شده** از B بر دایره به قطر CD **مساوی‌اند**.



$$BC = BE \xrightarrow{BE=۱۵} BC = ۱۵$$

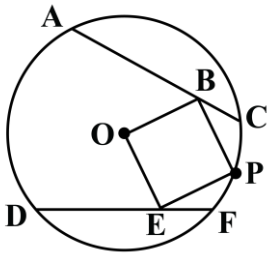
بنابراین: $\overset{\Delta}{ABC}: AC^۲ = AB^۲ - BC^۲ = ۲۵^۲ - ۱۵^۲ = ۵^۲(۵^۲ - ۳^۲) = ۴۰۰ \Rightarrow AC = ۲۰$

اکنون با استفاده از **روابط طولی** در دایره کوچک‌تر می‌نویسیم: $AE^۲ = AD \times AC \Rightarrow ۱۰^۲ = AD \times ۲۰ \Rightarrow AD = ۵$

زاویهٔ محاطی روبه‌رو به قطر

زاویهٔ **محاطی** روبه‌روی **قطر** ۹۰° است و برعکس.

۲۱- در دایره به مرکز O چهارضلعی OBPE مربع است. اگر $AB=۹۰$، $BC=۲۰$ و $DE=۶۰$ باشد، آنگاه EF برابر کدام است؟



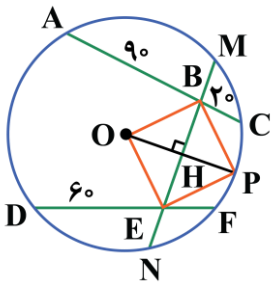
۱) ۳۵
۲) ۲۵
۳) ۳۰
۴) ۴۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ مفهومی ـ زمان‌بر ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۸ ـ ۱۱۰۱)

در **مربع** قطرها **عمودمنصف** یکدیگرند، پس:

$$BH=EH \text{ و } OP\perp BE$$

قطر BE را **امتداد** می‌دهیم تا دایره را در نقاط M و N قطع کند. چون OH بر وتر MN **عمود** است پس OH وتر MN را **نصف** می‌کند یعنی $MH=NH$ در نتیجه از تساوی $BH=EH$ نتیجه می‌شود که $BM=NE$.



اکنون با استفاده از **روابط طولی** در دایره می‌نویسیم:

$$\left.\begin{array}{l} AB\times BC=BM\times BN\Rightarrow AB\times BC=BM(BE+NE) \\ DE\times EF=EN\times EM\Rightarrow DE\times EF=EN(BE+BM)\end{array}\right\}\xrightarrow{BM=NE} AB\times BC=DE\times EF$$

$$\Rightarrow ۹۰\times ۲۰=۶۰\times EF\Rightarrow EF=\frac{۱۸۰۰}{۶۰}=۳۰$$

۲۲- طول خط‌المرکزین دو دایرهٔ $C(O,۶m-۱)$ و $C'(O',m^۲-۲)$ برابر ۶ است. در صورتی‌که دو دایره مماس درونی باشند، آنگاه برای m چند مقدار یافت می‌شود؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی/خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۲۰ ـ ۱۱۰۱)

در دو دایرهٔ مماس درونی طول خط‌المرکزین مساوی **قدر مطلق تفاضل** شعاع‌های دو دایره است، پس:

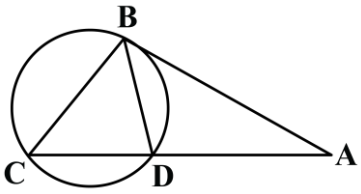
$$OO'=|R-R'|\xrightarrow{OO'=۶}۶=|(m^۲-۲)-(۶m-۱)|\Rightarrow ۶=|m^۲-۶m-۱|$$

$$\Rightarrow\begin{cases} m^۲-۶m-۱=۶\Rightarrow m^۲-۶m-۷=۰\Rightarrow (m-۷)(m+۱)=۰\Rightarrow m=۷ \text{ یا } m=-۱ \\ m^۲-۶m-۱=-۶\Rightarrow m^۲-۶m+۵=۰\Rightarrow (m-۱)(m-۵)=۰\Rightarrow m=۱ \text{ یا } m=۵\end{cases}$$

مسلماً مقادیر $m=۱$ و $m=-۱$ **قابل قبول نیستند**، زیرا به‌ازای آن‌ها شعاع این دایره‌ها عدد **منفی** می‌شود و این **تناقض** است.

بنابراین ۲ مقدار ممکن برای m اعداد ۷ و ۵ هستند.

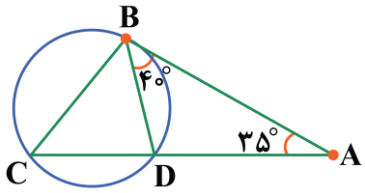
۲۳- پاره‌خط AB بر دایره به شعاع $\frac{۳۶}{\pi}$ مماس است. اگر $\hat{A}=۳۵^\circ$ و $A\hat{B}D=۴۰^\circ$ باشد، آنگاه طول کمان $\overset{\frown}{CD}$ برابر کدام است؟



۱) ۱۳
۲) ۲۴
۳) ۱۶
۴) ۲۶

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ هندسه ۲ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

زاویهٔ $A\hat{B}D$ **ظلی** است، پس:



$$A\hat{B}D=\frac{\overset{\frown}{BD}}{۲}\Rightarrow ۴۰^\circ=\frac{\overset{\frown}{BD}}{۲}\Rightarrow \overset{\frown}{BD}=۸۰^\circ$$

در ضمن:

$$\hat{A}=\frac{\overset{\frown}{BC}-\overset{\frown}{BD}}{۲}\Rightarrow ۳۵^\circ=\frac{\overset{\frown}{BC}-۸۰^\circ}{۲}\Rightarrow \overset{\frown}{BC}=۱۵۰^\circ$$

در نتیجه:

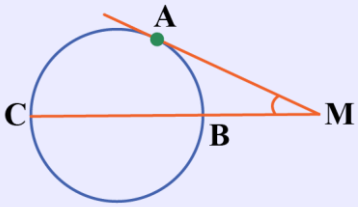
$$\overset{\frown}{CD}=۳۶۰^\circ-(\overset{\frown}{BC}+\overset{\frown}{BD})=۳۶۰^\circ-\overbrace{(۱۵۰^\circ+۸۰^\circ)}^{۲۳۰^\circ}=۱۳۰^\circ$$

بنابراین:

$$\text{طول کمان }\overset{\frown}{CD}=\frac{۱۳۰^\circ}{۳۶۰^\circ}۲\pi R=\frac{۱۳}{۳۶}۲\pi\frac{۳۶}{\pi}=۲۶$$

یک زاویهٔ خاص در دایره

زاویهٔ بین یک مماس و امتداد یک وتر متقاطع خارج از دایره:



$$\hat{M}=\frac{\overset{\frown}{AC}-\overset{\frown}{AB}}{۲}$$

۲۴- در چند سطر از جدول ارزش گزاره‌ها، ارزش گزارهٔ $p\Rightarrow(q\vee\sim r)$ درست است؟

۱) صفر ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۴ تا ۱۱ ـ ۱۱۰۱)

روش اول چنانچه ملاحظه می‌شود در ستون آخر، ۷ سطر ارزش درست دارند.

p	q	r	$\sim r$	$q\vee\sim r$	$p\Rightarrow(q\vee\sim r)$
د	د	د	ن	د	د
د	د	ن	د	د	د
د	ن	د	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	ن	د	د
ن	د	ن	د	د	د
ن	ن	د	ن	ن	د
ن	ن	ن	د	د	د

روش دوم

گزارهٔ شرطی $p \Rightarrow (q \vee \sim r)$ تنها زمانی **نادرست** است که p **درست** و $(q \vee \sim r)$ **نادرست** باشد و $(q \vee \sim r)$ زمانی **نادرست** است که q و $r \sim$ **نادرست** باشند. در حالتی که p **درست**، q **نادرست** و r **درست** باشد، گزارهٔ شرطی **نادرست** و در $۲^۳ - ۱ = ۷$ حالت دیگر **درست** است.

جدول ارزشی گزاره‌ها

هر گزاره در ریاضیات یا ارزش **درست** دارد یا **نادرست**. بنابراین اگر بخواهیم **تمام حالت‌های ممکن** برای درستی یا نادرستی n گزارهٔ ساده را به‌صورت همزمان بررسی کنیم به هر کدام یک ستون اختصاص می‌دهیم و چون هر کدام می‌تواند دو حالت درست یا نادرست داشته باشد در مجموع ۲^n سطر برای آن وجود دارد.

راهنمای زرنگ بازی!

برای اینکه در پر کردن جدول ارزش گزاره‌ای n گزاره اشتباه نکنیم، در ۲^n سطری که باید پر کنیم برای گزارهٔ اول نصف اول سطرها را «د» و نصف دوم را «ن» می‌گذاریم. برای گزارهٔ دوم هر کدام از این نصف‌ها را نصف می‌کنیم و مجددا به همان شیوه سطرها را پر می‌کنیم. به همین ترتیب تا آخرین گزاره پیش می‌رویم و ستون‌های جدول ارزشی را پر می‌کنیم. مثلا وقتی فقط سه گزاره داریم:

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

ماز

۲۵- گزارهٔ $(p \wedge q) \Rightarrow (q \wedge \sim r) \sim$ با کدام گزارهٔ زیر هم‌ارزش است؟

۱) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ ۲) $q \vee (p \Rightarrow r)$ ۳) $q \wedge (r \Rightarrow p)$ ۴) $q \vee (r \Rightarrow p)$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۴ تا ۱۱ ـ ۱۱۰۱)

روش اول

با استفاده از قواعد گزاره‌ها داریم:

$$\sim (p \wedge q) \Rightarrow (q \wedge \sim r)$$
$$\equiv (p \wedge q) \vee (q \wedge \sim r) \quad \text{تبدیل شرطی به فصلی}$$
$$\equiv q \wedge (p \vee \sim r) \quad \text{برعکس توزیع‌پذیری}$$
$$\equiv q \wedge (\sim r \vee p) \quad \text{جابه‌جایی}$$
$$\equiv q \wedge (r \Rightarrow p) \quad \text{تبدیل فصلی به شرطی}$$

روش دوم

اگر q را **نادرست** قرار دهید آنگاه گزارهٔ شرطی داده شده **نادرست** شده و در گزینه‌ها فقط گزینهٔ «۳» به‌ازای q نادرست، قطعاً نادرست می‌شود.

تبدیل ترکیب شرطی به ترکیب فصلی

هم‌ارزی بسیار مهم و پرکاربرد زیر، ترکیب شرطی دو گزاره را به ترکیب فصلی تبدیل می‌کند:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

هم‌ارزی‌های مهم در گزاره‌ها

اگر p یک گزاره باشد، **نقیضِ نقیضِ** گزارهٔ p را به‌صورت $\sim(\sim p)$ نشان می‌دهند که همواره **هم‌ارز منطقی** با خود گزارهٔ p است، یعنی:

$$\sim(\sim p)\equiv p$$

جذب: $\begin{cases}p\vee(p\wedge q)\equiv p\\ p\wedge(p\vee q)\equiv p\end{cases}$	شرکت‌پذیری: $\begin{matrix}p\vee(q\vee r)\equiv(p\vee q)\vee r\\ p\wedge(q\wedge r)\equiv(p\wedge q)\wedge r\end{matrix}$	خود توانی: $\begin{cases}p\vee p\equiv p\\ p\wedge p\equiv p\end{cases}$
هم‌پوشانی: $\begin{cases}p\vee(\sim p\wedge q)\equiv p\vee q\\ p\wedge(\sim p\vee q)\equiv p\wedge q\end{cases}$	توزیع‌پذیری: $\begin{cases}p\vee(q\wedge r)\equiv(p\vee q)\wedge(p\vee r)\\ p\wedge(q\vee r)\equiv(p\wedge q)\vee(p\wedge r)\end{cases}$	جابه‌جایی: $\begin{cases}p\vee q\equiv q\vee p\\ p\wedge q\equiv q\wedge p\end{cases}$

ماز

۲۶- اگر مجموعهٔ $A=\{x\in\mathbb{W}\mid ۳^x<۳۹\}$ دامنهٔ متغیر x باشد، ارزش کدام گزاره درست است؟

۱) $\forall x\in A;\ ۲x^۲+۱<۱۹$

۲) $\forall x\in A;\ x^۲-x>۰$

۳) $\exists x\in A;\ x+۳>۵^x$

۴) $\exists x\in A;\ \frac{۱}{x+۵}>\frac{۱}{۲^x}$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۱۱ تا ۱۳ ـ ۱۱۰۱)

ابتدا مجموعهٔ A را با نوشتن اعضا مشخص می‌کنیم، xهایی در مجموعه اعداد حسابی مورد قبول هستند که به‌ازای آن‌ها ۳^x کمتر از ۳۹ باشد:

$$A=\{۰,۱,۲,۳\}$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) مثال نقض دارد. $(x=۳\Rightarrow ۲x^۲+۱=۱۹\not<۱۹)$، پس ارزش گزاره نادرست است.

۲) مثال نقض دارد. $(x=۰\Rightarrow x^۲-x=۰\not>۰)$، پس ارزش گزاره نادرست است.

۳) $(x=۰\Rightarrow ۳>۱)$، پس ارزش گزاره درست است.

۴) به‌ازای هیچ مقداری از مجموعهٔ A نامعادله برقرار نیست، پس ارزش گزاره نادرست است.

سورها

سور عمومی

جملهٔ «به‌ازای هر x، $p(x)$ برقرار است» یک جمله با سور عمومی است که در آن $p(x)$ یک گزاره‌نما است. برای سور عمومی از نماد « $\forall$ » استفاده می‌کنیم.

گزاره‌نمای شامل متغیر x که با سور عمومی همراه می‌شود، **وقتی درست است که هیچ مثال نقضی نداشته باشد.**

سور وجودی

جملهٔ «به‌ازای بعضی مقادیر x، $p(x)$ برقرار است» یک جمله با سور وجودی است که در آن $p(x)$ یک گزاره‌نما است. برای سور وجودی از نماد « $\exists$ » استفاده می‌کنیم.

گزاره‌نمای شامل متغیر x که با سور وجودی همراه می‌شود، **وقتی درست است که مجموعه جواب آن تهی نباشد.**

ماز

۲۷- اگر r گزاره‌ای دلخواه و عکس نقیض گزارهٔ $q \Rightarrow p \sim$ نادرست باشد، کدام گزاره همواره درست است؟

۱) $r \Rightarrow q$ ۲) $\sim r \Rightarrow q$ ۳) $\sim p \Rightarrow r$ ۴) $q \Rightarrow r$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۴ تا ۱۱ ـ ۱۱۰۱)

عکس نقیض هر گزارهٔ شرطی با خود گزاره **هم‌ارز** است، هنگامی این گزاره **نادرست** است که:

$$\begin{cases} \sim q \equiv T \Rightarrow q \equiv F \\ \text{و} \\ p \equiv F \end{cases}$$

از طرفی در گزاره شرطی، اگر مقدم **نادرست** باشد، ارزش کل گزاره صرف‌نظر از ارزش **تالی** درست می‌شود، پس $q \Rightarrow r$ ارزش درستی دارد.

به انتفای مقدم!

در ترکیب شرطی دو گزاره اگر:

۱) ارزش **تالی** درست باشد، ارزش کل گزاره درست است.

۲) ارزش **مقدم** نادرست باشد، ارزش کل گزاره درست است.

در حالت دوم گوییم، ارزش گزارهٔ شرطی **«به انتفای مقدم»** درست است.

ماز

۲۸- اگر p گزاره‌ای نادرست و q گزاره‌ای درست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، نقیض گزارهٔ $(q \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

۱) T ۲) F ۳) r ۴) $\sim r$

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ ترکیبی ـ استاندارد ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۴ تا ۱۱ ـ ۱۱۰۱)

با استفاده از قواعد گزاره‌ها و ساده‌کردن گزارهٔ داده‌شده داریم:

$$(q \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$$
$$\equiv (\sim q \vee r) \Rightarrow (\sim r \vee p) \quad \text{تبدیل شرطی به فصلی}$$
$$\equiv \sim (\sim q \vee r) \vee (\sim r \vee p) \quad \text{تبدیل شرطی به فصلی}$$
$$\equiv (q \wedge \sim r) \vee (\sim r \vee p) \quad \text{دمورگان}$$
$$\equiv \underbrace{((q \wedge \sim r) \vee \sim r)}_{\sim r \text{(قانون جذب)}} \vee p \equiv \sim r \vee p$$

نقیض عبارت نهایی $\rightarrow \sim (\sim r \vee p) \equiv r \wedge \sim p \equiv r \wedge T \equiv r$

ماز

۲۹- نقیض گزارهٔ «$\forall n \in \mathbb{N} ; \exists m \in \mathbb{N} ; n \geq m$» کدام است؟

۱) $\exists n \in \mathbb{N}; \forall m \in \mathbb{N}; n \geq m$ ۲) $\exists n \in \mathbb{N}; \forall m \in \mathbb{N}; n < m$

۳) $\exists n \in \mathbb{N}; \exists m \in \mathbb{N}; n \geq m$ ۴) $\exists n \in \mathbb{N}; \exists m \in \mathbb{N}; n < m$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ سریع ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۱۰۱)

بیان ادبی عبارت داده شده به این صورت است:

«**برای هر** عدد طبیعی‌ای مانند n، عدد طبیعی‌ای مانند m **وجود دارد** که n از m بزرگ‌تر یا مساوی باشد.»

نقیض عبارت فوق به صورت زیر است:

«**وجود دارد** عدد طبیعی‌ای مانند n که **برای هر** عدد طبیعی مانند m، عدد n کوچک‌تر از m باشد.»

$\sim(\forall n\in\mathbb{N}\ ;\ \exists m\in\mathbb{N}\ ;\ n\geq m)$

$\equiv \exists n\in\mathbb{N}\ ;\sim(\exists m\in\mathbb{N}\ ;\ n\geq m)$

$\equiv \exists n\in\mathbb{N}\ ;\forall m\in\mathbb{N}\ ;\sim(n\geq m)$

$\equiv \exists n\in\mathbb{N}\ ;\forall m\in\mathbb{N}\ ;n<m$

نقیض سورها

نقیض سور عمومی

$$\sim\big(\forall x\ ;\ P(x)\big)\equiv\exists x\ ;\sim P(x)$$

عبارت ریاضی بالا را به این صورت می‌خوانیم:

نقیض این‌که «به‌ازای هر x، گزارهٔ $P(x)$ صحیح است.» برابر است با: «وجود دارد یک x، که گزارهٔ $P(x)$ صحیح نیست.»

نقیض سور وجودی

$$\sim\big(\exists x\ ;\ P(x)\big)\equiv\forall x\ ;\sim P(x)$$

عبارت ریاضی بالا را به این صورت می‌خوانیم:

نقیض این‌که «وجود دارد یک x، که گزارهٔ $P(x)$ صحیح است.» برابر است با: «به‌ازای هر x، گزارهٔ $P(x)$ صحیح نیست.»

۳۰- اگر هر دو گزارهٔ $r\Rightarrow(p\Rightarrow q)$ و $q\vee(p\Rightarrow r)$ ارزش درستی داشته باشند، آنگاه ارزش r با کدام گزاره هم‌ارز است؟

۱) p ۲) T ۳) F ۴) q

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ آمار و احتمال صفحهٔ ۱۱ ـ ۱۱۰۱)

می‌توانیم از جدول ارزش گزاره‌ها استفاده کنیم که فقط در سطرهای اول، سوم، پنجم و هفتم که r درست است، هر دو گزارهٔ داده شده درست می‌شوند:

p	q	r	$p\Rightarrow q$	$(p\Rightarrow q)\Rightarrow r$	$p\Rightarrow r$	$q\vee(p\Rightarrow r)$
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن	ن	د
د	ن	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	د	د	د	د
ن	د	ن	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د	د	د
ن	ن	ن	د	ن	د	د

پس $r\equiv T$ است.

بودجه‌بندی این آزمون

الکتریسیتهٔ ساکن (تا ابتدای پتانسیل الکتریکی) ـ صفحه‌های ۱ تا ۲۳

سهم در کنکور

درمجموع ۱ یا ۲ تست از ۳۵ تست کنکور را پوشش داده است.
در مجموع ۳ نمره از ۲۰ نمره امتحان نهایی را پوشش داده است.

سلام به مازی‌های عزیز

خیلی سریع قبل از دیدن پاسخ‌نامه، چندتا نکتهٔ مهم رو راجع به آزمون باهم بررسی کنیم:

فصل «الکتریسیتهٔ ساکن» از فصل‌های پرحجم و مهم کنکوره که اهمیتش رو در جدول زیر می‌بینید:

نام فصل	تعداد تست در کنکور	بارم در امتحان نهایی
الکتریسیتهٔ ساکن	۳ یا ۴ تست	۵/۵ نمره

بودجه این آزمون مربوط به صفحه‌های ۱ تا ۲۳ است. از این قسمت‌ها معمولاً ۱ یا ۲ تست توی کنکور مطرح می‌شه و به طور تقریبی ۳ نمره از امتحان نهایی هم از بودجه‌بندی این آزمون میاد.

در این آزمون، مباحث الکتریسیتهٔ ساکن را از مفهوم بار الکتریکی و قانون کولن آغاز می‌کنیم و سپس به برایند نیروهای الکتریکی، مفهوم میدان الکتریکی، میدان حاصل از یک ذرهٔ باردار، برایند میدان‌های الکتریکی، خطوط میدان و انرژی پتانسیل الکتریکی می‌پردازیم.

با توجه به اهمیت مباحث این محدوده در کنکور سراسری، در این آزمون تلاش کرده‌ایم با طراحی تست‌های متنوع از بخش‌های مختلف، تسلط شما را بر مفاهیم اصلی و تیپ‌های گوناگون سؤالات بسنجیم .بر این اساس، ۳ تست از مبحث بار الکتریکی، ۴ تست از برایند نیروهای الکتریکی، ۸ تست از میدان الکتریکی و محاسبهٔ برایند میدان‌ها در یک نقطه و ۵ تست از انرژی پتانسیل الکتریکی در نظر گرفته شده است .بیشترین سهم آزمون به مبحث میدان الکتریکی اختصاص دارد؛ بنابراین توصیه می‌کنیم در کنار تسلط بر مفاهیم پایه، بر حل مسائل محاسباتی و ترکیبی این بخش نیز تمرکز ویژه‌ای داشته باشید.
در مطالعهٔ این آزمون، بهتر است علاوه بر تمرین مسائل محاسباتی، بر مفاهیم پایه، جهت نیرو و میدان، ویژگی‌های خطوط میدان و ارتباط میان کار و انرژی پتانسیل الکتریکی نیز مسلط شوید؛ چراکه شناخت این ارتباط‌ها به شما کمک می‌کند مسائل متنوع‌تری را تحلیل کنید و برای تیپ‌های مختلف سؤال آمادگی داشته باشید.

موفق باشید.

حسین عبدوی‌نژاد و مروارید شاه‌حسینی ـ مسئولین درس آزمون‌های تستی فیزیک پایهٔ یازدهم ماز

۳۱- با توجه به کاربردهای الکتروسکوپ، برای چه تعداد از موارد زیر، الزاماً باید از الکتروسکوپ باردار با نوع بار معلوم استفاده کرد؟

الف: تشخیص باردار بودن یک جسم

ب: تشخیص رسانا یا نارسانا بودن یک جسم خنثی

ج: تشخیص نوع بار یک جسم

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۳ ـ ۱۱۰۱)

بررسی موارد:

الف

به کمک الکتروسکوپ خنثی، می‌توان باردار بودن جسم را تشخیص داد. (✗)

ب

برای تشخیص رسانایی یا نارسانایی الکتریکی اجسام خنثی، **باید الکتروسکوپ، باردار باشد ولی نوع بار آن برای ما مهم نیست.** (✗)

ج

برای تشخیص نوع بار اجسام، باید از الکتروسکوپ باردار با نوع بار معلوم استفاده کرد. (✓)

کاربردهای الکتروسکوپ

۱- تشخیص باردار بودن یک جسم

جسم مورد نظر را بدون تماس به کلاهک الکتروسکوپ خنثی نزدیک می‌کنیم. اگر تیغه‌های الکتروسکوپ از هم دور شوند، نتیجه می‌گیریم که جسم باردار است. اما اگر فاصلهٔ تیغه‌های الکتروسکوپ تغییر نکند، نتیجه می‌گیریم که جسم خنثی است.

توجه

امیدوارم حواستان باشد که وقتی جسم باردار است، در اثر القا، بارهای ناهمنام با بار جسم در کلاهک و بارهای همنام با بار جسم در تیغه‌های الکتروسکوپ جمع می‌شوند و در نتیجه تیغه‌ها تحت نیروی دافعه، از هم دور می‌شوند و فاصلهٔ آن‌ها افزایش می‌یابد.

۲- تشخیص نوع بار جسم

در این روش، جسم باردار را از فاصلهٔ نسبتاً دوری به آهستگی به کلاهک الکتروسکوپ بارداری با نوع بار معلوم نزدیک می‌کنیم. اگر با نزدیک شدن جسم باردار به کلاهک الکتروسکوپ:

الف) تیغه‌های الکتروسکوپ از هم دور و دورتر شوند (فاصلهٔ تیغه‌ها پیوسته افزایش یابد)، نتیجه می‌گیریم بار جسم، همنام با بار الکتروسکوپ است.

ب) تیغه‌های الکتروسکوپ ابتدا به هم نزدیک شده و سپس دوباره از هم دور شوند (فاصلهٔ تیغه‌ها ابتدا کاهش یافته و سپس افزایش یابد)، نتیجه می‌گیریم بار جسم، ناهمنام با بار الکتروسکوپ است.

نکته

بچه‌ها در حالت (ب) بسته به اندازهٔ بار جسم و یا بسته به فاصلهٔ جسم تا کلاهک الکتروسکوپ باردار، ممکن است فاصلهٔ تیغه‌ها از هم کم شود، یا فاصلهٔ تیغه‌ها از هم کم شده و تیغه‌ها به هم بچسبند و یا ممکن است فاصلهٔ تیغه‌ها از هم کم شده و تیغه‌ها به هم بچسبند و تحت القای مضاعف، دوباره تیغه‌ها از هم دور شوند و فاصلهٔ آن‌ها افزایش یابد.

۳- تشخیص رسانا یا نارسانا بودن یک جسم خنثی

جسم خنثی را به کلاهک الکتروسکوپ بارداری تماس می‌دهیم. اگر فاصلهٔ تیغه‌ها از هم تغییر محسوسی نکند، نتیجه می‌گیریم که جسم نارسانا است. اما اگر فاصلهٔ تیغه‌ها به‌طور محسوسی کاهش یابد، نتیجه می‌گیریم که جسم رسانا است و توانسته در بخشی از بار الکتروسکوپ شریک شود که در نتیجه میزان بار الکتروسکوپ و بالطبع میزان بار تیغه‌ها کاهش یافته و با تضعیف شدن نیروی دافعهٔ بین تیغه‌ها، فاصلهٔ بین تیغه‌ها به‌طور محسوسی کاهش یافته است.

نکته

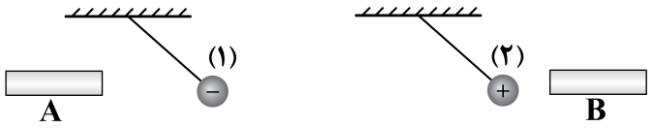
اگر از فاصله‌ای نسبتاً دور و به آرامی، جسمی را به کلاهک یک الکتروسکوپ نزدیک کنیم و فاصلهٔ تیغه‌ها پیوسته افزایش یابد، می‌توان گفت یکی از دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

۱- جسم، باردار و الکتروسکوپ، خنثی است.

۲- جسم و الکتروسکوپ هر دو باردار هستند و بارهای آن‌ها همنام است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۳۲- گلولهٔ فلزی (۱) با بار منفی و گلولهٔ فلزی (۲) با بار مثبت را در فاصلهٔ نسبتاً دوری از هم، به کمک نخ‌های عایق از سقف آویزان کرده‌ایم. مطابق شکل زیر، وقتی میلهٔ فلزی A را به گلولهٔ (۱) نزدیک می‌کنیم، آن را دفع می‌کند و وقتی میلهٔ فلزی B را به گلولهٔ (۲) نزدیک می‌کنیم، آن را جذب می‌کند. اگر دو میلهٔ فلزی A و B را در نزدیکی هم قرار دهیم، کدام گزینه رخ می‌دهد؟



۱) دو میله یکدیگر را جذب می‌کنند.
۲) دو میله یکدیگر را دفع می‌کنند.
۳) دو میله هیچ نیروی الکتریکی‌ای به هم وارد نمی‌کنند.
۴) گزینه‌های (۱) یا (۲) می‌توانند درست باشند.

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲ ـ ۱۱۰۱)

گام اول

میلهٔ فلزی A، گلولهٔ (۱) را دفع کرده است؛ پس الزاماً بار میلهٔ A همنام با بار گلولهٔ (۱) است، پس **میلهٔ A دارای بار منفی است.**

گام دوم

میلهٔ فلزی B، گلولهٔ (۲) را جذب کرده است؛ پس یا میلهٔ B خنثی بوده و تحت اثر القای بار الکتریکی، گلولهٔ (۲) را جذب کرده است، یا میلهٔ B دارای بار ناهمنام با بار گلولهٔ (۲) بوده است، پس **میلهٔ B یا خنثی است و یا دارای بار منفی است.**

گام آخر

حالا می‌خواهیم دو میله را در کنار هم قرار دهیم، پس باید دو حالت زیر را در نظر بگیریم:

۱- میلهٔ A دارای بار منفی باشد و میلهٔ B خنثی باشد ← **دو میله یکدیگر را جذب می‌کنند.**

۲- هر دو میلهٔ A و B دارای بار منفی باشند ← **دو میله یکدیگر را دفع می‌کنند.**

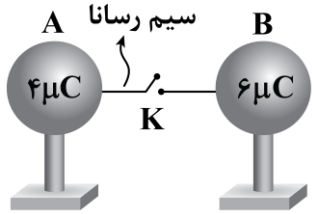
نکته

نیروی الکتریکی بین بارهای الکتریکی **همنام** از نوع **دافعه** و نیروی الکتریکی بین بارهای الکتریکی **ناهمنام** از نوع **جاذبه** است.

توجه

جسم باردار می‌تواند علاوه بر جسم با بار مخالف، جسم خنثی را نیز جذب کند؛ ولی تنها دو جسم باردار با بار همنام می‌توانند یکدیگر را دفع کنند.

۳۳- دو کرهٔ فلزی مشابه، هم‌اندازه و باردار A و B، مطابق شکل زیر بر روی پایه‌های عایقی قرار دارند. اگر کلید K را ببندیم، چند الکترون و از کدام کره به کرهٔ دیگر منتقل می‌شوند تا تعادل الکتریکی برقرار شود؟ ($e=1/6\times10^{-19}C$) و از توزیع بار بر روی سیم رسانا صرف نظر شود.)



۱) $3/125\times10^{13}$ و از A به B
۲) $3/125\times10^{13}$ و از B به A
۳) $6/25\times10^{12}$ و از A به B
۴) $6/25\times10^{12}$ و از B به A

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ استدلالی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۴ ـ ۱۱۰۱)

گام اول

با توجه به این‌که کره‌ها هم‌اندازه و مشابه هستند، بنابراین بار کره‌ها پس از تماس، یکسان می‌شود، در نتیجه داریم:

$$q'_A=q'_B=q'=\frac{q_A+q_B}{2}\xrightarrow{q_A=4\mu C\,,\,q_B=6\mu C}q'=\frac{4+6}{2}=5\mu C$$

گام دوم

با توجه به این‌که اندازهٔ تغییر بار کره‌ها یکسان است، پس کافیست اندازهٔ تغییر بار یکی از کره‌ها، مثل کرهٔ A را به دست آوریم:

$$|\Delta q| = |\Delta q_A| = |۵ - ۴| = ۱\mu C$$

گام سوم

اکنون تعداد الکترون‌های منتقل‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$|\Delta q| = ne \Rightarrow n = \frac{|\Delta q|}{e} \xrightarrow[e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C]{|\Delta q|=۱\mu C=۱۰^{-۶}C} n = \frac{۱۰^{-۶}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = ۰/۶۲۵\times۱۰^{۱۳} = ۶/۲۵\times۱۰^{۱۲}$$

گام آخر

چون بار الکتریکی مثبت کرهٔ A افزایش و بار الکتریکی مثبت کرهٔ B کاهش یافته است، پس **الکترون‌ها از کرهٔ A به کرهٔ B منتقل می‌شوند.**

نکته

هنگامی که دو کرهٔ مشابه رسانا که دارای بارهای الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$ هستند، به هم تماس داده می‌شوند، بار نهایی آن‌ها برابر $\frac{q_۱ + q_۲}{۲}$ می‌شود و اندازهٔ بار جابه‌جاشده بین آن‌ها برابر $\frac{|q_۱ - q_۲|}{۲}$ است.

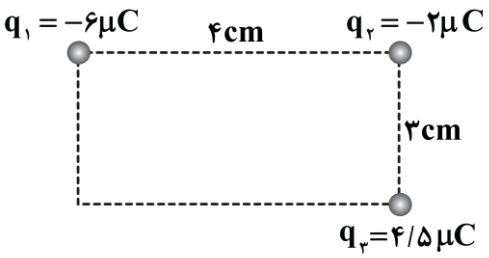
توجه

در واقع چون کره‌ها مشابه‌اند، الکترون‌ها به سمت کرهٔ مثبت‌تر شارش می‌یابند.

راهنمای زرنگ‌بازی

$$|\Delta q| = ne \Rightarrow \frac{|q_A - q_B|}{۲} = ne \Rightarrow \frac{|۴ - ۶|\times۱۰^{-۶}}{۲} = n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n = ۶/۲۵\times۱۰^{۱۲}$$

۳۴- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس مستطیلی قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی که بار $q_۱$ بر بار $q_۳$ وارد می‌کند، ..... از بزرگی نیروی الکتریکی خالصی است که از طرف دو بار دیگر بر بار $q_۲$ وارد می‌شود.

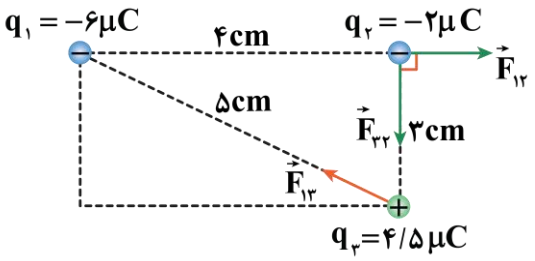


۱) ۸۶/۴ درصد بیشتر
۲) ۸۶/۴ درصد کمتر
۳) ۱۳/۶ درصد کمتر
۴) ۱۳/۶ درصد بیشتر

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

گام اول

ابتدا نیروی خالص الکتریکی واردشده بر بار $q_۲$ از طرف دو بار دیگر را به‌دست می‌آوریم. فقط حواستان باشد که چون با یک سؤال مقایسه‌ای روبه‌رو هستیم، پس نیازی به تبدیل یکاها نیست و همین که یکاها سازگار باشند، کافیست:



$$\begin{cases} F_{12}=k\dfrac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}=k\dfrac{6\times2}{4^2}=\dfrac{3}{4}k \\ F_{32}=k\dfrac{|q_3||q_2|}{r_{32}^2}=k\dfrac{4/5\times2}{3^2}=k \end{cases} \xrightarrow{\text{نیروهای } \vec{F}_{12},\vec{F}_{32} \text{ بر هم عمودند.}} F_{t_2}=\sqrt{F_{12}^2+F_{32}^2}=k\sqrt{\frac{9}{16}+1}=\frac{5}{4}k$$

گام دوم

بزرگی نیروی $\vec{F}_{13}$ برابر است با:

$$F_{13}=k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}=k\frac{6\times4/5}{5^2}=\frac{27}{25}k$$

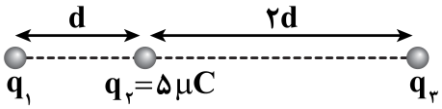
گام آخر

نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{F_{13}}{F_{t_2}}=\frac{\frac{27}{25}k}{\frac{5}{4}k}=\frac{108}{125} \xrightarrow{\text{به درصد}} \frac{F_{13}}{F_{t_2}}=86/4\%$$

پس بزرگی نیروی $\vec{F}_{13}$، ۱۳/۶ درصد کمتر از بزرگی نیروی خالص وارد بر بار q_2 از طرف دو بار دیگر است.

۳۵- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی یک خط راست قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 هم‌اندازه با نیروی الکتریکی است که بار q_3 به بار q_1 وارد می‌کند. اندازهٔ بار q_3 چند میکروکولن است؟



۱) ۴
۲) ۴۵
۳) ۲۲/۵
۴) ۹

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 هم‌اندازه با نیروی الکتریکی است که بار q_3 به بار q_1 وارد می‌کند، بنابراین:

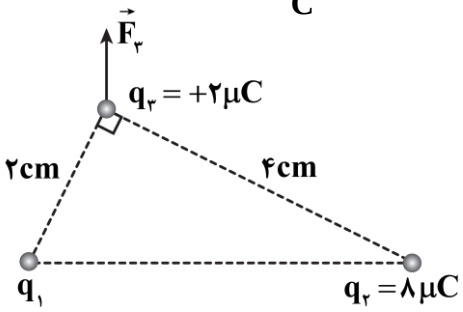
$$|\vec{F}_{31}+\vec{F}_{21}|=|\vec{F}_{31}| \Rightarrow \vec{F}_{31}+\vec{F}_{21}=-\vec{F}_{31} \Rightarrow 2\vec{F}_{31}=-\vec{F}_{21} \Rightarrow 2F_{31}=F_{21} \Rightarrow 2(k\frac{|q_3||q_1|}{r_{31}^2})=k\frac{|q_2||q_1|}{r_{21}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2|q_3|}{(3d)^2}=\frac{|q_2|}{(d)^2} \Rightarrow \frac{2|q_3|}{9}=5 \Rightarrow |q_3|=\frac{45}{2}=22/5\mu C$$

مشابه کنکور تجربی داخل ۱۴۰۵

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

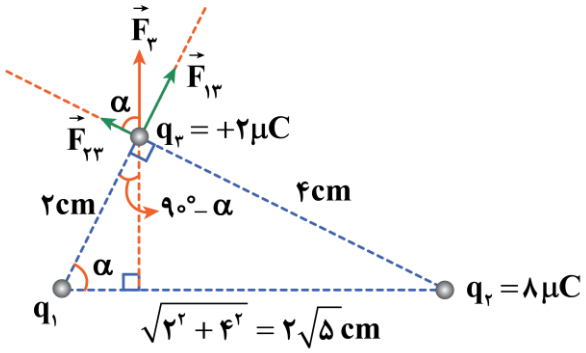
۳۶- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. اگر $\vec{F}_3$ برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3، در راستای عمود بر خط واصل بارهای q_1 و q_2 باشد، بزرگی نیروی $\vec{F}_3$ چند نیوتون است؟ ($k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$)



۱) ۴۵
۲) ۹۰
۳) $45\sqrt{5}$
۴) $90\sqrt{5}$

پاسخ: گزینهٔ ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

با توجه به شکل مقابل داریم:



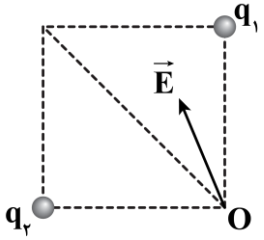
$$F_{23} = k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = \frac{90\times8\times2}{16} = 90N$$

$$F_3\cos\alpha = F_{23} \Rightarrow F_3\times\frac{2}{2\sqrt{5}} = 90 \Rightarrow F_3 = 90\sqrt{5}N$$

سوتی‌های پرتکرار

اگر در تجزیهٔ نیروی $\vec{F}_3$، از $\sin\alpha$ استفاده کنید در دام گزینهٔ (۳) می‌افتید!

۳۷- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 مطابق شکل زیر در دو رأس یک مربع ثابت شده‌اند و جهت میدان الکتریکی خالص حاصل از دو بار در نقطهٔ O برابر $\vec{E}$ است. با توجه به شکل کدام گزینه درست است؟

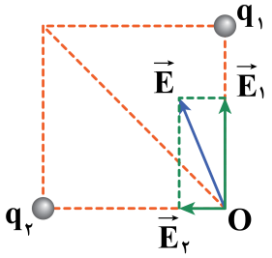


۱) $|q_1| > |q_2|$ و $q_1.q_2 > 0$
۲) $|q_1| > |q_2|$ و $q_1.q_2 < 0$
۳) $|q_2| > |q_1|$ و $q_1.q_2 > 0$
۴) $|q_2| > |q_1|$ و $q_1.q_2 < 0$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۱۰۱)

کام اول

ابتدا بردار $\vec{E}$ را تجزیه می‌کنیم:



با توجه به جهت $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ نتیجه می‌گیریم که **هر دو بار، منفی هستند** ($q_1 < 0$, $q_2 < 0$).

کام آخر

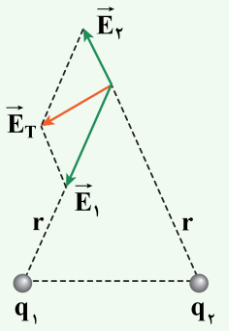
با توجه به طول بردارهای $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$، نتیجه می‌گیریم که $E_1 > E_2$ است. از طرفی داریم:

$$E_1 > E_2 \xrightarrow{E=\frac{k|q|}{r^2}} \frac{k|q_1|}{r_1^2} > \frac{k|q_2|}{r_2^2} \xrightarrow{r_1=r_2} |q_1| > |q_2|$$

مشابه امتحان نهایی ریاضی خرداد ۱۴۰۵

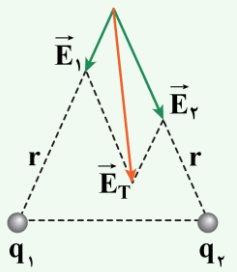
نکته

گاهی در رأس یک مثلث متساوی‌الساقین، بردار میدان الکتریکی برایند در آن رأس را می‌دهند و اندازه و علامت سایر بارها را مقایسه می‌کنند. باید میدان برایند را بر روی ساق‌های مثلث یا بر روی امتداد آن‌ها تجزیه کنیم و برحسب اندازه و جهت مؤلفه‌های تجزیه‌شده بحث کنیم.



$E_1 > E_2 \Rightarrow |q_1| > |q_2|$

$q_1 < 0, q_2 > 0$



$E_1 < E_2 \Rightarrow |q_1| < |q_2|$

$q_1 < 0, q_2 < 0$

بچه‌ها اگر به‌جای مثلث، از مربع استفاده کنیم هم، روند حل مسئله به همین روش خواهد بود.

۳۸- قطرهٔ روغنی به جرم $3/2\times10^{-15}\,kg$ و بار الکتریکی $1/6\times10^{-18}\,C$ درون میدان الکتریکی یکنواخت قائم و رو به بالای $\vec{E}$ به بزرگی $5\times10^{3}\,\frac{N}{C}$ رها می‌شود، شتاب حرکت این قطرهٔ روغن در لحظهٔ رها شدن چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی است؟

($g=10\,\frac{N}{kg}$ و از نیروی مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

۱) ۱۲/۵ و بالا ۲) ۷/۵ و بالا ۳) ۷/۵ و پایین ۴) ۱۲/۵ و پایین

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۹ ـ ۱۱۰۱)

کام اول

می‌دانیم نیروی وزن به سمت پایین به ذره وارد می‌شود و اندازهٔ آن برابر است با:

$$W = mg = 3/2\times10^{-15}\times10 = 32\times10^{-15}\,N$$

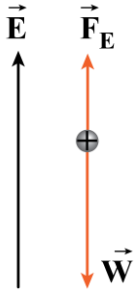
کام دوم

می‌دانیم بر بار مثبت در جهت میدان الکتریکی، نیروی الکتریکی وارد می‌شود؛ پس نیروی الکتریکی وارد بر قطرهٔ روغن به سمت بالا است و اندازهٔ آن برابر است با:

$$F_E = E|q| = 5\times10^{3}\times1/6\times10^{-18} = 8\times10^{-15}\,N$$

کام سوم

دو نیروی $\vec{F}_E$ و $\vec{W}$، در خلاف جهت هم هستند، پس اندازهٔ نیروی خالص وارد بر قطرهٔ روغن برابر است با:



$$F_t = W - F_E = 32\times10^{-15} - 8\times10^{-15} = 24\times10^{-15}\,N$$

کلام آخر

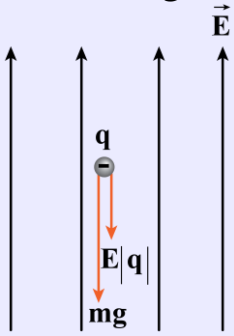
با توجه به این‌که $W > F_E$ است، پس جهت نیروی خالص وارد بر قطرهٔ روغن در جهت $\vec{W}$، یعنی به سمت پایین می‌باشد، بنابراین **جهت شتاب حرکت قطره، هم‌جهت با نیروی خالص وارد بر آن، یعنی به سمت پایین است.** با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_t = ma \Rightarrow ۲۴\times۱۰^{-۱۵} = ۳/۲\times۱۰^{-۱۵}\times a \Rightarrow a = \frac{۲۴۰}{۳۲} = ۷/۵\,\frac{m}{s^۲}$$

برایند نیروی الکتریکی و نیروی وزن در حالت‌های مختلف

حالت اول: در این حالت، بردار نیروی خالص و شتاب حرکت ذره در خلاف جهت محور y هستند و داریم:

۱- اگر ذره را رها کنیم یا با تندی اولیه به سمت پایین پرتاب کنیم، ذره در خلاف جهت محور y به‌صورت تندشونده حرکت می‌کند.

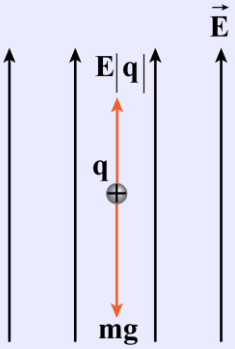


$$F_T = E|q| + mg$$

$$a = \frac{F_T}{m}$$

۲- اگر ذره را با تندی اولیه به سمت بالا پرتاب کنیم، ابتدا ذره به‌صورت کندشونده در جهت محور y حرکت کرده و بعد از طی مسافتی، در یک لحظه در بالاترین نقطهٔ ممکن (نقطهٔ اوج) می‌ایستد و سپس به‌صورت تندشونده در خلاف جهت محور y به حرکت خود ادامه می‌دهد.

حالت دوم: در این حالت، بسته به اندازهٔ نیروی میدان و نیروی وزن، سه وضعیت مختلف خواهیم داشت:



الف) اگر $E|q| > mg$ باشد، بردار نیروی خالص و شتاب حرکت ذره در جهت محور y می‌شود و داریم:

$$F_T = |E|q| - mg|$$

$$a = \frac{F_T}{m}$$

۱- اگر ذره را رها کنیم یا با تندی اولیه در جهت محور y پرتاب کنیم، ذره در جهت محور y به‌صورت تندشونده حرکت می‌کند.

۲- اگر ذره را با تندی اولیه در خلاف جهت محور y پرتاب کنیم، ابتدا ذره به‌صورت کندشونده در خلاف جهت محور y حرکت کرده و بعد از طی مسافتی، در یک لحظه در پایین‌ترین نقطهٔ ممکن می‌ایستد و سپس به‌صورت تندشونده در جهت محور y به حرکت خود ادامه می‌دهد.

ب) اگر $E|q| < mg$ باشد، بردار نیروی خالص و شتاب حرکت ذره در خلاف جهت محور y می‌شود و داریم:

۱- اگر ذره را رها کنیم یا با تندی اولیه به سمت پایین پرتاب کنیم، ذره به‌صورت تندشونده در خلاف جهت محور y حرکت می‌کند.

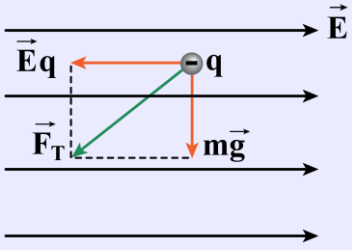
۲- اگر ذره را با تندی اولیه به سمت بالا پرتاب کنیم، ابتدا ذره به‌صورت کندشونده در جهت محور y حرکت کرده و بعد از طی مسافتی، در یک لحظه در بالاترین نقطهٔ ممکن (نقطهٔ اوج) می‌ایستد و سپس به‌صورت تندشونده در خلاف جهت محور y به حرکت خود ادامه می‌دهد.

ج) اگر $E|q| = mg$ باشد، نیروی خالص و شتاب حرکت ذره صفر می‌شود و داریم:

۱- اگر ذره را رها کنیم، ذره در جای خود معلق می‌ماند.

۲- اگر ذره را با تندی اولیه پرتاب کنیم، ذره در همان جهتی که پرتاب شده با همان تندی به‌صورت یکنواخت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

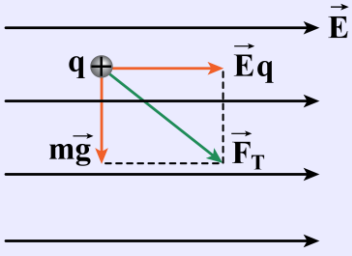
حالت سوم: در این حالت، نیروی الکتریکی و نیروی وزن بر هم عمود می‌شوند و داریم:



$$F_T = \sqrt{(E|q|)^۲ + (mg)^۲}$$

$$a = \frac{F_T}{m}$$

شتاب حرکت ذره در جهت نیروی خالص است.

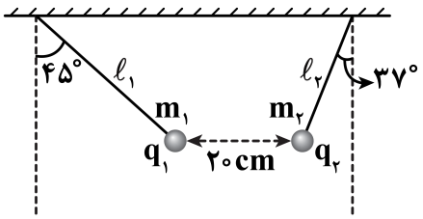


$$F_T = \sqrt{(E|q|)^2 + (mg)^2}$$

$$a = \frac{F_T}{m}$$

شتاب حرکت ذره در جهت نیروی خالص است.

۳۹- مطابق شکل زیر، دو گلولهٔ آونگ با بارهای الکتریکی q_1 و $|q_2| = 2|q_1|$ که به نخ‌های عایق متصل هستند، در راستای افقی روبه‌روی هم قرار گرفته و به تعادل رسیده‌اند. اگر جرم گلولهٔ سنگین‌تر به اندازهٔ ۶۰g بیشتر از جرم گلولهٔ سبک‌تر باشد، اندازهٔ بار q_1 چند میکروکولن است؟ $(g = 10\frac{N}{kg}\ ,\ \sin 37^\circ = 0/6\ ,\ k = 9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2})$

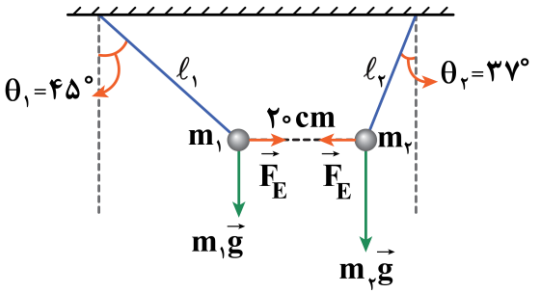


۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ زمان‌بَر ـ صفحهٔ ۶ ـ ۱۱۰۱)

کام اول

مطابق شکل زیر، در هر دو آونگ، نیروی الکتریکی $(\vec{F}_E)$ به وزن گلولهٔ آونگ، عمود است و داریم:



$$\begin{cases} F_E = m_1 g\tan\theta_1 \\ F_E = m_2 g\tan\theta_2 \end{cases} \Rightarrow m_1 g\tan\theta_1 = m_2 g\tan\theta_2$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} = \frac{\tan 37^\circ}{\tan 45^\circ} = \frac{\frac{3}{4}}{1} = \frac{3}{4} \Rightarrow m_1 = \frac{3}{4}m_2 \Rightarrow m_2 > m_1$$

کام دوم

از طرفی طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$m_2 - m_1 = 0/06kg \xrightarrow{m_1 = \frac{3}{4}m_2} m_2 - \frac{3}{4}m_2 = 0/06 \Rightarrow m_2 = 0/24kg$$

کام آخر

بنابراین با توجه به قانون کولن داریم:

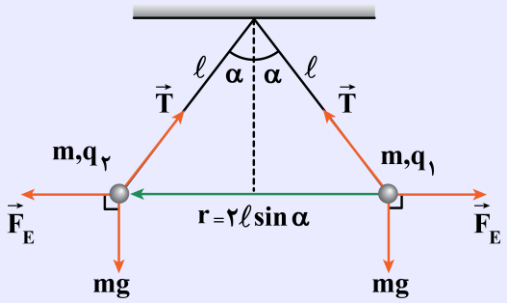
$$F_E = m_2 g\tan\theta_2 \Rightarrow F_E = 0/24\times10\times\tan 37^\circ = 1/8N$$

$$F_E = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 1/8 = \frac{90\times|q_1||q_2|}{(20)^2} \Rightarrow |q_1||q_2| = 8$$

$$\xrightarrow{|q_2|=2|q_1|} |q_1|\times 2|q_1| = 8 \Rightarrow |q_1|^2 = 4 \Rightarrow |q_1| = 2\mu C$$

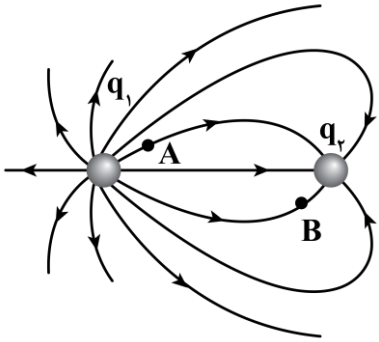
روابط مربوط به آونگ الکتریکی

اگر $\vec{F}_E$ بر $m\vec{g}$ عمود باشد می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} F_E = mg\tan\alpha \\ T = \sqrt{F_E^2 + (mg)^2} \end{cases} \Rightarrow T = \frac{F_E}{\sin\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha}$$

۴۰- خطوط میدان الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2، مطابق شکل زیر است. بار منفی q' را یک بار در نقطهٔ A و بار دیگر در نقطهٔ B قرار می‌دهیم. بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q' در نقطهٔ A و نقطهٔ B به ترتیب از راست به چپ و مقایسهٔ اندازهٔ این نیروها در کدام گزینه به‌درستی آمده است؟



۱) $F_A < F_B$ و ↗، ↗

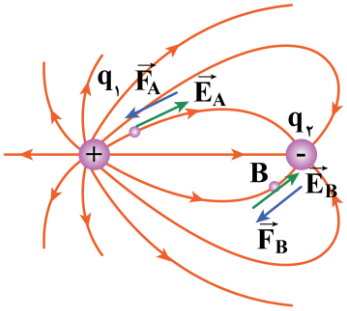
۲) $F_A > F_B$ و ↙، ↙

۳) $F_A > F_B$ و ↗، ↗

۴) $F_A < F_B$ و ↙، ↙

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۸ ـ ۱۱۰۱)

می‌دانیم بردار میدان الکتریکی در هر نقطه، برداری مماس بر خطوط میدان الکتریکی در آن نقطه است. از طرفی نیروی الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار منفی، در خلاف جهت میدان الکتریکی است، بنابراین:



اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر یک ذرهٔ باردار از طرف میدان الکتریکی از رابطهٔ $F = E|q|$ به‌دست می‌آید، با توجه به این‌که اندازهٔ بار q' در دو نقطهٔ A و B یکسان است، پس اندازهٔ نیروی الکتریکی تنها به اندازهٔ میدان الکتریکی در آن نقطه بستگی دارد. با توجه به این‌که خطوط میدان در نقطهٔ A متراکم‌تر از نقطهٔ B هستند، داریم:

$$F = E|q| \xrightarrow{E_A > E_B} F_A > F_B$$

خطوط میدان الکتریکی

۱- برای مجسم‌کردن میدان الکتریکی در فضای اطراف اجسام باردار از خطوط میدان الکتریکی استفاده می‌کنیم. این خطوط ویژگی‌های زیر را دارا می‌باشند:

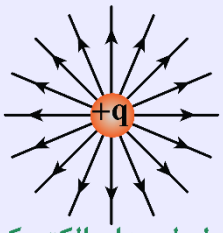
الف) از بار مثبت خارج می‌شوند و به بار منفی وارد می‌شوند.

ب) بردار میدان الکتریکی در هر نقطه هم‌جهت با خط مماس بر خطوط میدان الکتریکی در آن نقطه است.

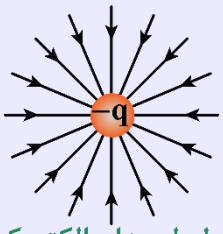
ج) هرچه تراکم خطوط میدان الکتریکی در ناحیه‌ای از فضا بیشتر باشد، اندازهٔ میدان الکتریکی در آن ناحیه بیشتر است.

د) خطوط میدان الکتریکی یکدیگر را قطع نمی‌کنند و از هر نقطه فقط یک خط میدان عبور می‌کند.

۲- خطوط میدان الکتریکی در اطراف یک ذرهٔ باردار منزوی مطابق شکل‌های زیر است:

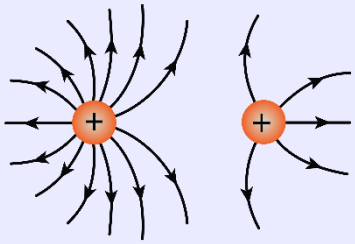


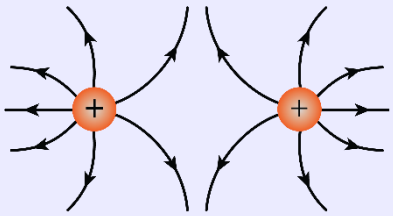
خطوط میدان الکتریکی
در اطراف بار مثبت

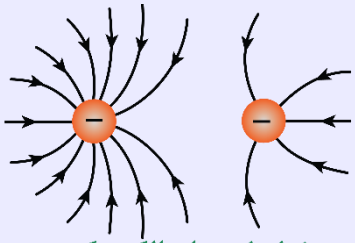


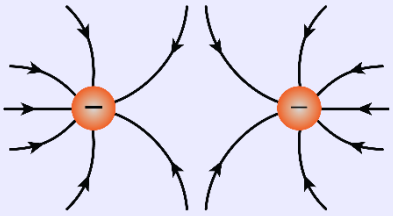
خطوط میدان الکتریکی
در اطراف بار منفی

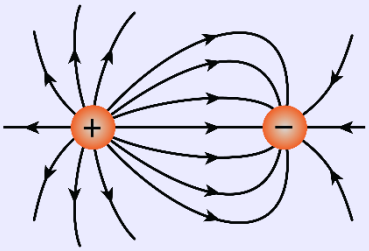
۳- خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو ذرهٔ باردار مطابق شکل‌های زیر است:

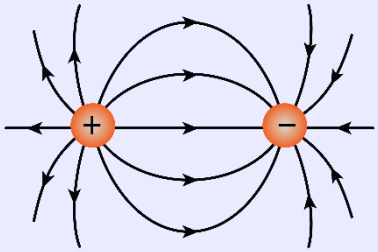

خطوط میدان الکتریکی
در اطراف دو بار مثبت غیرهم‌اندازه


خطوط میدان الکتریکی
در اطراف دو بار مثبت هم‌اندازه


خطوط میدان الکتریکی
در اطراف دو بار منفی غیرهم‌اندازه

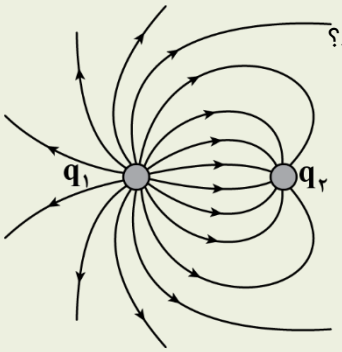

خطوط میدان الکتریکی
در اطراف دو بار منفی هم‌اندازه


خطوط میدان بارهای
مثبت و منفی غیرهم‌اندازه


خطوط میدان بارهای
مثبت و منفی هم‌اندازه

آزمون سراسری ریاضی اردیبهشت‌ماه ۱۴۰۴

۴۲- در شکل زیر، با توجه به خطوط میدان الکتریکی، کدام رابطه‌ها در مورد بارهای الکتریکی درست هستند؟



۱) $|q_2|<|q_1|\ ,\ q_1<0$

۲) $|q_1|<|q_2|\ ,\ q_1<0$

۳) $|q_2|<|q_1|\ ,\ q_2<0$

۴) $|q_1|<|q_2|\ ,\ q_2<0$

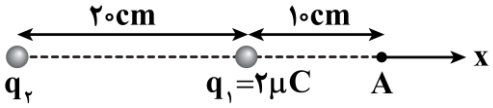
پاسخ تشریحی:

جهت خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت به سمت بار منفی است. درنتیجه با توجه به شکل خطوط میدان، بار q_1 مثبت $(q_1>0)$ و بار q_2 منفی $(q_2<0)$ است. همچنین تراکم خطوط میدان در اطراف بار q_1 بیشتر است، درنتیجه اندازهٔ بار q_1 از اندازهٔ بار q_2 بزرگ‌تر است $(|q_2|<|q_1|)$.

پاسخ: گزینهٔ ۳

ماز

۴۱- مطابق شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 بر روی محور x ثابت شده‌اند. اگر بردار برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از این دو بار در نقطهٔ A برحسب SI برابر با $+10^6\vec{i}$ باشد، بار q_2 چند میکروکولن است؟ $(k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) -8
۲) $+8$
۳) $+4$
۴) -4

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۱۰۱)

بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در نقطهٔ A برابر است با:

$$E_1=\frac{k|q_1|}{r_1^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}}{(10\times10^{-2})^2}=\frac{18\times10^3}{10^{-2}}=18\times10^5\ \frac{N}{C}$$

جهت میدان $\vec{E}_1$ در نقطهٔ A به سمت راست است، بنابراین با توجه به این‌که $E_t<E_1$ است، پس میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 در نقطهٔ A باید به سمت چپ باشد، پس بار q_2، منفی است.

$$E_2=|E_t-E_1|=|10\times10^5-18\times10^5|=8\times10^5\ \frac{N}{C}$$

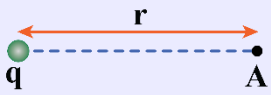
با توجه به رابطهٔ بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار، داریم:

$$E_2=k\frac{|q_2|}{r_2^2}\Rightarrow8\times10^5=\frac{9\times10^9\times|q_2|}{(30\times10^{-2})^2}\Rightarrow|q_2|=8\mu C\xrightarrow{q_2<0}q_2=-8\mu C$$

میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار

هر بار الکتریکی در فضای پیرامون خود خاصیتی ایجاد می‌کند که به موجب آن به هر بار دیگری که در نقطه‌ای از آن فضا باشد، نیروی الکتریکی وارد می‌کند. این خاصیت، میدان الکتریکی نام دارد. میدان الکتریکی با حرف E نشان داده می‌شود و کمیتی برداری است؛ یعنی هم اندازه و هم جهت دارد.

۱- برای محاسبهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار q در فاصلهٔ r از آن از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:



$$E_A=k\frac{|q|}{r^2}$$

در این رابطه، k ثابت کولن $(k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$، $|q|$ اندازهٔ بار q برحسب کولن (C) و r فاصله از بار q برحسب متر (m) بوده و یکای میدان الکتریکی، نیوتون بر کولن $(\frac{N}{C})$ است.

بزرگی میدان الکتریکی با اندازهٔ بار q رابطهٔ مستقیم و با مربع فاصله از آن رابطهٔ وارون دارد. $(E\propto|q|\ ,\ E\propto\frac{1}{r^2})$

تعیین جهت میدان الکتریکی

برای تعیین جهت میدان الکتریکی ناشی از بار q در نقطه‌ای از فضای اطراف آن، فرض می‌کنیم یک بار مثبت فرضی (بار مثبت آزمون) در آن نقطه قرار داشته باشد. جهت نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت آزمون، همان جهت میدان الکتریکی ناشی از بار q در آن نقطه است.



برهم‌نهی میدان‌های الکتریکی در یک نقطه

اگر به جای یک ذرهٔ باردار، تعدادی بار نقطه‌ای داشته باشیم و بخواهیم میدان الکتریکی برایند را در نقطه‌ای از فضا به‌دست آوریم باید برایند برداری میدان‌های الکتریکی ناشی از تک‌تک بارها را در نقطهٔ موردنظر به‌دست آوریم.

پس در سؤالاتی که چند بار الکتریکی وجود دارد و میدان الکتریکی برایند ناشی از آن‌ها را می‌خواهیم در نقطه‌ای از فضا به‌دست آوریم، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: بردار میدان الکتریکی ناشی از هر یک از بارها را در نقطهٔ موردنظر رسم می‌کنیم.

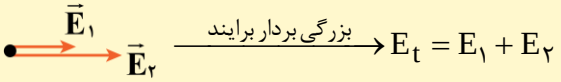
گام دوم: بزرگی میدان الکتریکی ناشی از هر یک از بارها را به‌صورت جداگانه محاسبه می‌کنیم.

گام سوم: بردارهای به‌دست آمده را به‌صورت برداری جمع می‌کنیم. اگر بردارها هم‌جهت باشند، اندازهٔ آن‌ها جمع می‌شود، اگر خلاف جهت هم باشند، اندازهٔ آن‌ها از هم کم می‌شود و اگر عمود بر هم باشند با کمک رابطهٔ فیثاغورس برایند آن‌ها محاسبه می‌شود.

زنگ ریاضیات

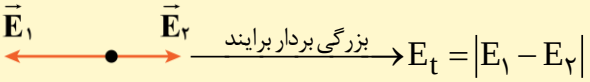
برایند دو بردار $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

۱- اگر دو بردار $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ هم‌جهت باشند:



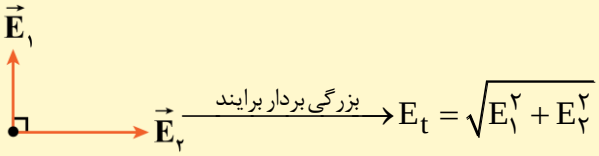
در این حالت، $\vec{E}_t$ در جهت بردارهای $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ است.

۲- اگر دو بردار $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در خلاف جهت هم باشند:



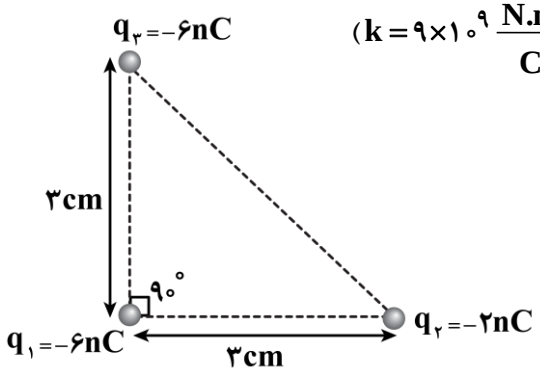
در این حالت، $\vec{E}_t$ هم‌جهت با بردار بزرگ‌تر می‌شود.

۳- اگر دو بردار $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ بر هم عمود باشند:



بچه‌ها در این حالت، اعداد فیثاغورسی ۳n، ۴n و ۵n می‌توانند در خیلی از سؤالات سرعت محاسبات شما را بالا ببرند.

۴۲- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی رئوس مثلث قائم‌الزاویه‌ای قرار دارند. بزرگی برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از سه بار در محل برخورد ارتفاع وارد بر وتر، چند کیلونیوتون بر کولن است؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) $4\times10^4\sqrt{13}$

۲) $40\sqrt{13}$

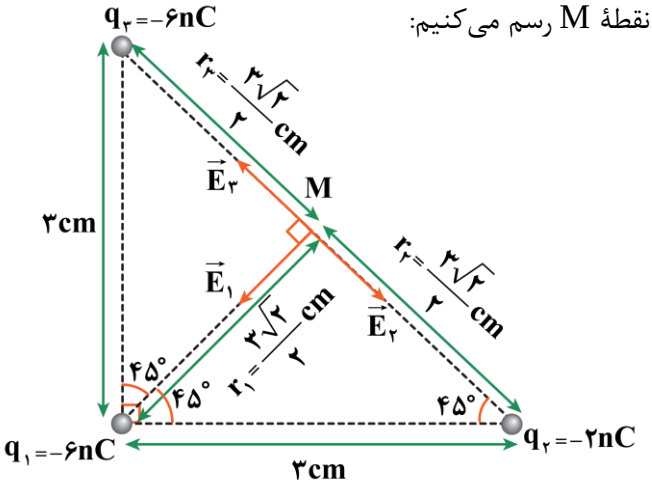
۳) ۵۰

۴) 5×10^4

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۱۰۱)

گام اول

می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین، محل برخورد ارتفاع وارد بر وتر، وتر را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. ابتدا جهت میدان الکتریکی حاصل از هر بار را در نقطهٔ M رسم می‌کنیم:



گام دوم

حال بزرگی میدان الکتریکی حاصل از هر بار را در نقطهٔ M به دست می‌آوریم:

$$E_1=\frac{k|q_1|}{r_1^2}=\frac{9\times10^9\times6\times10^{-9}}{(\frac{3\sqrt{2}}{2}\times10^{-2})^2}=\frac{9\times6\times4}{9\times2}\times10^4=12\times10^4\frac{N}{C}$$

$$E_2=\frac{k|q_2|}{r_2^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-9}}{(\frac{3\sqrt{2}}{2}\times10^{-2})^2}=\frac{9\times2\times4}{9\times2}\times10^4=4\times10^4\frac{N}{C}$$

$$E_3=\frac{k|q_3|}{r_3^2}=\frac{9\times10^9\times6\times10^{-9}}{(\frac{3\sqrt{2}}{2}\times10^{-2})^2}=\frac{9\times6\times4}{9\times2}\times10^4=12\times10^4\frac{N}{C}$$

گام سوم

بردارهای $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ هم‌راستا و در خلاف جهت هم هستند، بنابراین بزرگی برایند آن‌ها برابر است با:

$$E_{2,3}=E_3-E_2=12\times10^4-4\times10^4=8\times10^4\frac{N}{C}$$

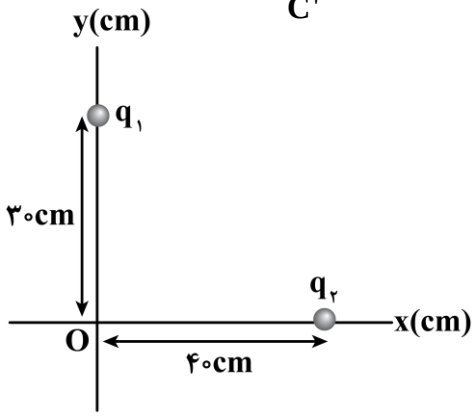
با توجه به این‌که $E_3>E_2$ است، پس $\vec{E}_{2,3}$، در جهت $\vec{E}_3$ است.

گام آخر

بردارهای $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_{2,3}$ در نقطهٔ M بر هم عمود هستند، بنابراین بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M برابر است با:

$$E=\sqrt{E_1^2+E_{2,3}^2}=\sqrt{(12\times10^4)^2+(8\times10^4)^2}\Rightarrow E=4\times10^4\sqrt{9+4}=40\sqrt{13}\frac{kN}{C}$$

۴۳- مطابق شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 بر روی محورهای مختصات xoy ثابت شده‌اند. اگر بردار میدان الکتریکی خالص در مبدأ مختصات برحسب SI برابر با $\vec{E}=9\times10^5\vec{i}-8\times10^5\vec{j}$ باشد، نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ چقدر است؟ ($k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}$)



۱) -2
۲) 2
۳) $-\frac{1}{2}$
۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۳ ـ ۱۱۰۱)

کلام اول

مؤلفهٔ افقی میدان الکتریکی، همان میدان حاصل از بار q_2 در مبدأ مختصات است. با توجه به این‌که مؤلفهٔ افقی در جهت محور x است، پس بار q_2، منفی است.

$$E_2=\frac{k|q_2|}{r_2^2}\Rightarrow 9\times10^5=\frac{9\times10^9\times|q_2|}{(40\times10^{-2})^2}\Rightarrow|q_2|=\frac{9\times10^5\times16\times10^{-2}}{9\times10^9}$$

$$\Rightarrow|q_2|=16\times10^{-6}C=16\mu C\xrightarrow{q_2<0}q_2=-16\mu C$$

کلام دوم

مؤلفهٔ عمودی میدان الکتریکی، همان میدان حاصل از بار q_1 در مبدأ مختصات است. با توجه به این‌که مؤلفهٔ قائم میدان در خلاف جهت محور y است، پس بار q_1، مثبت است.

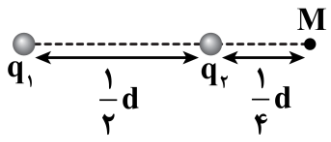
$$E_1=\frac{k|q_1|}{r_1^2}\Rightarrow 8\times10^5=\frac{9\times10^9\times|q_1|}{(30\times10^{-2})^2}\Rightarrow|q_1|=\frac{8\times10^5\times9\times10^{-2}}{9\times10^9}$$

$$\Rightarrow|q_1|=8\times10^{-6}C=8\mu C\xrightarrow{q_1>0}q_1=+8\mu C$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{q_2}{q_1}=\frac{-16}{+8}=-2$$

۴۴- مطابق شکل زیر، برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطهٔ M برابر با $\vec{E}$ است. اگر بار q_1 را حذف کنیم، میدان الکتریکی در نقطهٔ M برابر با $-\frac{3}{2}\vec{E}$ می‌شود. نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ چقدر است؟



۱) ۱۵
۲) -15
۳) $\frac{20}{3}$
۴) $-\frac{20}{3}$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۱۰۱)

قبل از حذف بار q_1، برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار در نقطهٔ M برابر $\vec{E}$ است، بنابراین:

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E} \quad (1)$$

پس از حذف بار q_1، در نقطهٔ M فقط میدان حاصل از بار q_2 می‌باشد، بنابراین:

$$\vec{E}_2 = -\frac{3}{2}\vec{E} \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\vec{E}_1 - \frac{3}{2}\vec{E} = \vec{E} \Rightarrow \vec{E}_1 = \frac{5}{2}\vec{E}$$

بنابراین با توجه به رابطهٔ مقایسه‌ای بزرگی میدان الکتریکی داریم:

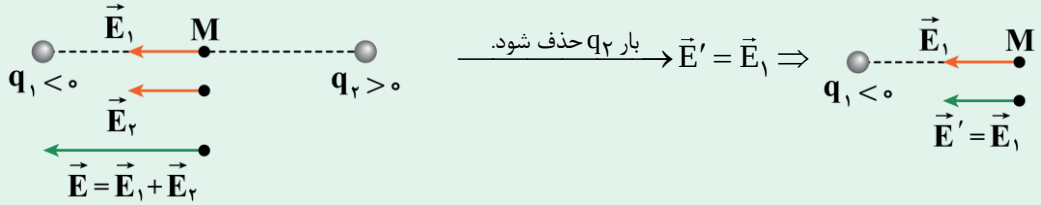
$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times (\frac{r_1}{r_2})^2 \Rightarrow \frac{\frac{3}{2}E}{\frac{5}{2}E} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times (\frac{\frac{3}{4}d}{\frac{1}{4}d})^2 \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times 9 \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{45}{3} = 15$$

با توجه به این‌که با حذف بار q_1، جهت میدان خالص در نقطهٔ M قرینه‌شده و اندازهٔ آن افزایش یافته، بنابراین میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار q_1 و q_2 در نقطهٔ M در خلاف جهت هم هستند، بنابراین دو بار q_1 و q_2 ناهمنام هستند، در نتیجه داریم:

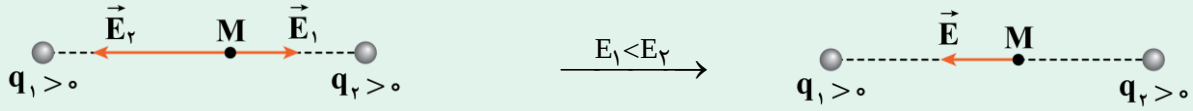
$$\frac{q_1}{q_2} = -15$$

تکنیک

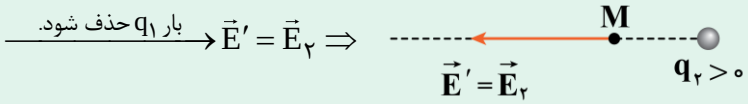
۱ـ اگر در یک نقطه، میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 هم‌جهت باشند، بزرگی برایند میدان‌های الکتریکی در نقطهٔ مورد نظر برابر با $E_1 + E_2$ است و با حذف یکی از بارها، اندازهٔ میدان برایند، کاهش می‌یابد اما جهت آن تغییر نمی‌کند.



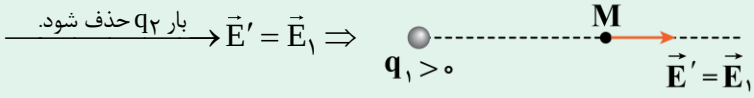
۲ـ اگر در یک نقطه، میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در خلاف جهت هم باشند، بزرگی برایند میدان‌های الکتریکی در نقطهٔ مورد نظر برابر با $|E_1 - E_2|$ است.



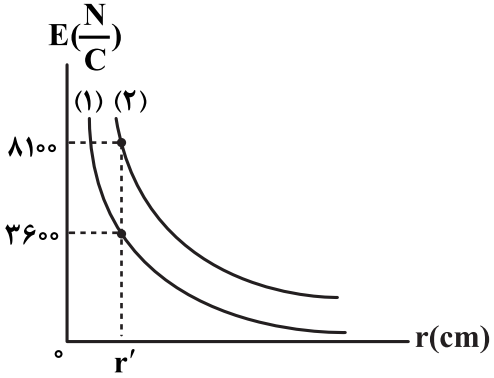
در این حالت اگر باری که میدان الکتریکی حاصل از آن کوچک‌تر است، حذف شود، بزرگی میدان برایند، افزایش می‌یابد، اما جهت آن تغییر نمی‌کند.



در این حالت اگر باری که میدان الکتریکی حاصل از آن بزرگ‌تر است، حذف شود، بزرگی میدان برایند، می‌تواند کاهش یابد، افزایش یابد و یا ثابت بماند همچنین جهت آن نیز خلاف جهت میدان برایند اولیه می‌شود.



۴۵- نمودار بزرگی میدان الکتریکی هر یک از بارهای نقطه‌ای و ناهمنام q_1 و q_2 برحسب فاصله از آن‌ها، مطابق شکل زیر است. اگر این دو بار را در فاصلهٔ ۴cm از هم قرار دهیم، میدان الکتریکی خالص حاصل از دو بار بر روی خط واصل بین دو بار و در فاصلهٔ ..... سانتی‌متری از بار q_2 برابر با صفر می‌شود.



۱) ۸
۲) ۴
۳) ۱۲
۴) ۱۶

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۲ ـ ۱۱۰۱)

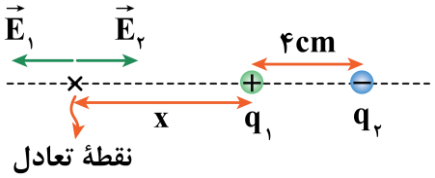
کام اول

بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در فاصلهٔ r' از آن برابر با $۳۶۰۰\frac{N}{C}$ و بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 در فاصلهٔ r' از آن برابر با $۸۱۰۰\frac{N}{C}$ است، بنابراین:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\xrightarrow{r_1=r_2=r'}\frac{E_2}{E_1}=\frac{|q_2|}{|q_1|}\Rightarrow\frac{|q_2|}{|q_1|}=\frac{۸۱۰۰}{۳۶۰۰}=\frac{۸۱}{۳۶}\xrightarrow{\frac{۸۱}{۳۶}>۱}|q_2|>|q_1| \quad (۱)$$

کام آخر

می‌دانیم اگر دو بار، ناهمنام باشند، بر روی خط واصل دو بار، خارج از فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر، میدان برایند می‌تواند صفر باشد، بنابراین داریم:



$$E_t=۰\Rightarrow E_1=E_2\Rightarrow k\frac{|q_1|}{x^2}=k\frac{|q_2|}{(x+۴)^2}\Rightarrow\frac{|q_2|}{|q_1|}=\frac{(x+۴)^2}{x^2}$$

$$\xrightarrow{(۱)}\frac{۸۱}{۳۶}=\frac{(x+۴)^2}{x^2}\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}}\frac{۹}{۶}=\frac{x+۴}{x}\Rightarrow ۳x=۲۴$$

$$\Rightarrow x=۸cm\xrightarrow{\text{فاصله از بار }q_2}۴+x=۴+۸=۱۲cm$$

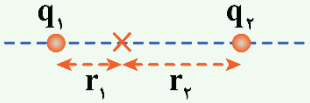
توجه

بچه‌ها این‌که کدام بار را مثبت و کدام بار را منفی بگیریم، تأثیری در کلیت حل مسأله ندارد.

نکته

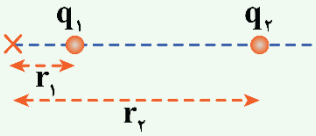
برای این‌که میدان الکتریکی خالص ناشی از دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 در یک نقطه صفر شود، دو حالت داریم:

۱- **q_1 و q_2 همنام باشند**: در این حالت میدان الکتریکی خالص بر روی خط واصل دو بار، **بین دو بار** و **نزدیک به بار کوچک‌تر**، صفر می‌شود و داریم:



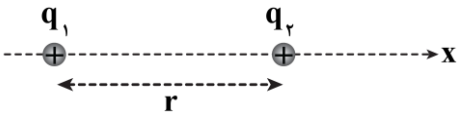
$$|q_1|<|q_2|\Rightarrow\frac{|q_2|}{|q_1|}=(\frac{r_2}{r_1})^2$$

۲- q_1 و q_2 ناهمنام باشند: در این حالت میدان الکتریکی خالص بر روی خط واصل دو بار، **خارج از فاصلهٔ دو بار** و **نزدیک به بار کوچک‌تر**، صفر می‌شود و داریم:



$$|q_1|<|q_2| \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|}=(\frac{r_2}{r_1})^2$$

۴۶- دو بار الکتریکی نقطه‌ای را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید که در آن، بار q_1+ در جای خود ثابت شده و بار q_2+ را که در فاصلهٔ r از بار q_1+ قرار دارد، در مبدأ زمان رها می‌کنیم. بار q_2+ بر اثر میدان الکتریکی حاصل از بار q_1+ به (از) آن ..... شده و با ....., دارای انرژی جنبشی می‌شود. (اثر نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا ناچیز است.)



۱) جذب - کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی
۲) رانده - کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی
۳) رانده - افزایش انرژی پتانسیل الکتریکی
۴) جذب - افزایش انرژی پتانسیل الکتریکی

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۱ ـ ۱۱۰۱)

وقتی در مبدأ زمان، بار q_2+ را رها می‌کنیم، بار q_2+ بر اثر میدان الکتریکی حاصل از بار q_1+ از آن **رانده** شده و دارای انرژی جنبشی می‌شود. طبق قانون پایستگی انرژی، انرژی جنبشی، ناشی از **کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی** است که به نیروی الکتریکی بین دو ذرهٔ نشان‌داده‌شده وابسته است.

اگر دوست داری با تحلیل رابطه‌ها هم پاسخ رو بررسی کنیم

می‌دانیم بر بارهای مثبت در جهت میدان الکتریکی، نیروی الکتریکی وارد می‌شود، بنابراین چون در محل بار q_2، میدان حاصل از بار q_1 در جهت محور x است، پس جابه‌جایی بار q_2 نیز در جهت محور x خواهد بود و داریم:

$$\Delta U_E=-E_1|q_2|d\cos\theta \xrightarrow{\theta=0^\circ,\ \cos\theta=1} \Delta U_E<0$$

$$\xrightarrow{\text{قانون پایستگی انرژی}} \Delta K+\Delta U_E=0 \xrightarrow{\Delta U_E<0} \Delta K>0 \xrightarrow{\Delta K=K_2-K_1,\ K_1=0} K_2>0$$

پس این انرژی جنبشی به‌خاطر کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی است.

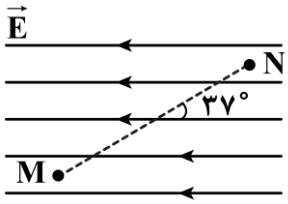
توجه

بچه‌ها حواستون هست که بارهای همنام یکدیگر را دفع می‌کنند، بنابراین بار q_2+ از بار q_1+ رانده می‌شود.

تعیین علامت کار میدان الکتریکی و تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی

مطابق میل بار: $\Delta U_E<0$ و $W_E>0$	خلاف میل بار: $\Delta U_E>0$ و $W_E<0$
نزدیک شدن بارهای ناهمنام به هم	دور شدن بارهای ناهمنام از هم
دور شدن بارهای همنام از هم	نزدیک شدن بارهای همنام به هم
حرکت بار مثبت در جهت خطوط میدان الکتریکی	حرکت بار مثبت در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی
حرکت بار منفی در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی	حرکت بار منفی در جهت خطوط میدان الکتریکی

۴۷- مطابق شکل زیر، بار الکتریکی نقطه‌ای $q=5nC$ از نقطهٔ M تا نقطهٔ N در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ به بزرگی $80\frac{kN}{C}$ جابه‌جا می‌شود. اگر اندازهٔ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی این بار در این جابه‌جایی برابر با $400\mu J$ باشد، طول پاره‌خط MN چند متر است؟ $(\sin 53^\circ = 0/8)$



۱) ۱۲/۵
۲) ۸۰
۳) ۱/۲۵
۴) ۰/۸

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۱۰۱)

علامت بار الکتریکی، مثبت است، پس نیروی الکتریکی وارد بر آن از طرف میدان الکتریکی، هم‌جهت با میدان، یعنی به سمت چپ است. از طرفی جابه‌جایی بار الکتریکی در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی است، بنابراین تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی در این جابه‌جایی، مثبت است.

$$\Delta U_E = -E|q|d\cos\theta$$

$$\xrightarrow[|q|=5\times10^{-9}C\ ,\ \theta=180^\circ-37^\circ\ ,\ E=80\times10^3\frac{N}{C}]{\Delta U_E=+400\mu J=+4\times10^{-4}J} 4\times10^{-4} = -80\times10^3\times5\times10^{-9}\times d\times\cos(180^\circ-37^\circ)$$

$$\Rightarrow 4\times10^{-4} = 4\times10^{-4}\times d\times 0/8 \Rightarrow d=\frac{10}{8}=1/25m$$

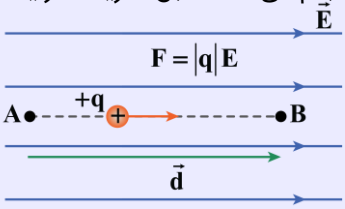
کار نیروی الکتریکی

کار نیروی الکتریکی وارد بر یک ذرهٔ باردار در میدان الکتریکی $\vec{E}$ در یک جابه‌جایی مشخص، برابر با قرینهٔ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی در همان جابه‌جایی است.

$$W_E = -\Delta U_E$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذرهٔ باردار در میدان الکتریکی یکنواخت

فرض کنید ذرهٔ باردار $+q$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ تحت اثر میدان الکتریکی، جابه‌جایی $\vec{d}$ را انجام می‌دهد. طبق تعریف کار یک نیرو، خواهیم داشت:



$$W_E = F_E d\cos\theta = |q|Ed\cos\theta$$

$$\Delta U_E = -W_E = -|q|Ed\cos\theta$$

θ زاویهٔ بین نیروی الکتریکی $\vec{F}_E$ و جابه‌جایی $\vec{d}$ است.

نکات

۱- به‌سادگی می‌توان دریافت، اگر بار الکتریکی مثبت، در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش یافته است و اگر بار الکتریکی منفی، در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

۲- اگر یک بار الکتریکی را در یک میدان الکتریکی رها کنیم، همواره به سمتی می‌رود که انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد و اگر برای جابه‌جایی آن مجبور باشیم به‌زور این کار را انجام دهیم، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد.

تکنیک

در مسیرهای غیرمستقیم حرکت ذرهٔ باردار در درون میدان الکتریکی یکنواخت، اگر $d_{||}$، اندازهٔ مؤلفه‌ای از جابه‌جایی باشد که در راستای میدان الکتریکی است، آن‌گاه داریم:

$$\Delta U_E = \pm E|q|d_{||}$$

علامت **مثبت** ← بار مثبت در خلاف جهت میدان الکتریکی یا بار منفی در جهت میدان الکتریکی، جابه‌جایی $\vec{d}_{||}$ داشته باشد.

علامت **منفی** ← بار مثبت در جهت میدان الکتریکی یا بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی، جابه‌جایی $\vec{d}_{||}$ داشته باشد.

توجه

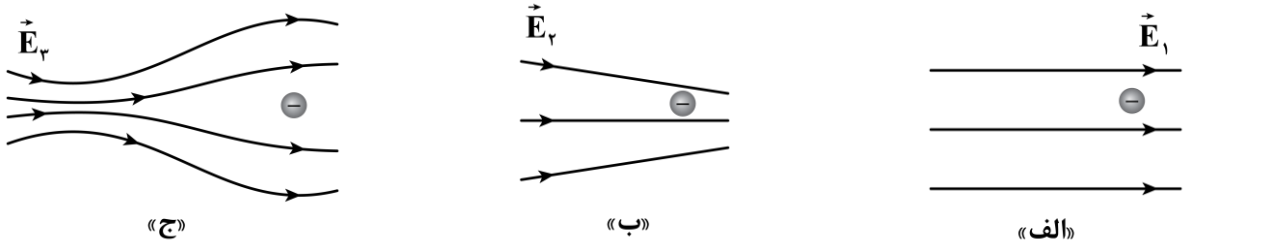
۱- در حرکت **خودبه‌خودی** بار (بار مثبت در جهت میدان الکتریکی و یا بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود)، انرژی پتانسیل الکتریکی، **کاهش** می‌یابد. $(\Delta U_E < 0)$

۲- در حرکت **غیرخودبه‌خودی** بار (بار مثبت در خلاف جهت میدان الکتریکی و بار منفی در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود)، انرژی پتانسیل الکتریکی، **افزایش** می‌یابد. $(\Delta U_E > 0)$

نکته

اگر ذره‌ای در راستای عمود بر خطوط میدان جابه‌جا شود $(\cos 90^\circ = 0)$، آن‌گاه $W_E = 0$ و ΔU_E می‌شود.

۴۸- در هر یک از شکل‌های نشان‌داده‌شده، ذره‌ای به جرم ناچیز و بار منفی را از نقطهٔ نشان‌داده‌شده رها می‌کنیم تا ذره تحت تأثیر نیروی الکتریکی ناشی از میدان، شروع به حرکت کند. در چه تعداد از این شکل‌ها، کار میدان الکتریکی در یک جابه‌جایی معین الزاماً قرینهٔ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی است؟



۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۱۰۱)

راهنمای مسیر

یه وقتایی یک تست ساده ممکنه به یک چالش جدی برای شما تبدیل بشه. مثل همین تست که ایدهٔ طراحیش مربوط به یک جمله از متن کتاب درسی هست. پس لطفاً خط به خط کتاب درسی رو جدی بگیرین بچه‌ها.

کار نیروی الکتریکی وارد بر یک ذرهٔ باردار در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ در یک جابه‌جایی مشخص برابر با منفیِ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی در همان جابه‌جایی است؛ یعنی:

$$W_E = -\Delta U_E$$

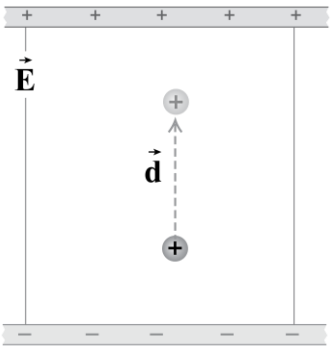
گرچه این رابطه برای یک میدان الکتریکی یکنواخت بیان شد، ولی می‌توان نشان داد که در حالت کلی نیز برای هر میدان الکتریکی برقرار است.

بنابراین **در هر سه شکل داده‌شده، کار میدان الکتریکی، قرینهٔ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی است.**

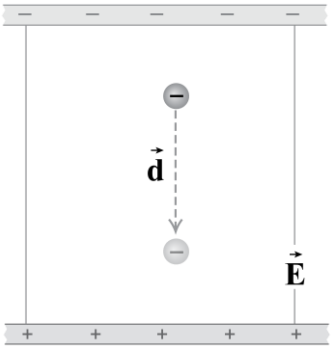
نکته

رابطهٔ $W_E = -\Delta U_E$ برای هر میدان الکتریکی (چه یکنواخت و چه غیریکنواخت) برقرار است.

۴۹- در هر دو شکل داده‌شده، دو صفحهٔ رسانای باردار، با بارهای هم‌اندازه و ناهمنام داریم. با توجه به شکل‌های زیر می‌توان به ترتیب از راست به چپ نتیجه گرفت که در شکل .....، کار نیروی الکتریکی مثبت بوده و در شکل .....، انرژی پتانسیل الکتریکی ذرهٔ بارداری که جابه‌جا شده، افزایش یافته است.



«الف»



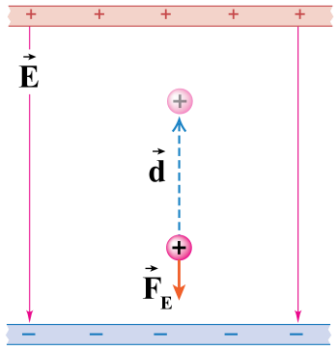
«ب»

۱) «ب» و «الف»　　۲) «ب» و «ب»　　۳) «الف» و «الف»　　۴) «الف» و «ب»

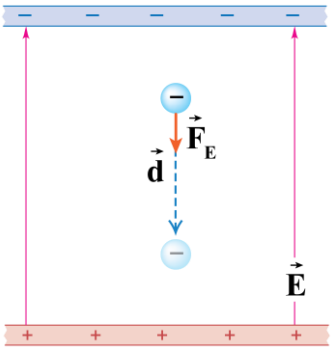
پاسخ: گزینهٔ ۱　　(آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۱۰۱)

کام اول

می‌دانیم خطوط میدان الکتریکی از صفحهٔ دارای بار مثبت، خارج و به صفحهٔ دارای بار منفی وارد می‌شوند. از طرفی می‌دانیم بر بارهای مثبت در جهت میدان الکتریکی و بر بارهای منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی، نیروی الکتریکی وارد می‌شود. **در شکل «الف»، ذره با بار مثبت در خلاف جهت نیروی الکتریکی جابه‌جا شده، بنابراین کار میدان الکتریکی بر روی ذره، منفی است. اما در شکل «ب»، ذره با بار منفی در جهت نیروی الکتریکی جابه‌جا شده، بنابراین کار میدان الکتریکی بر روی ذره، مثبت است.**



شکل (الف)



شکل (ب)

کام آخر

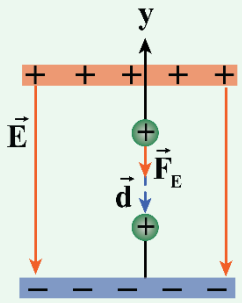
با توجه به این‌که همواره $\Delta U_E = -W_E$ است، داریم:

انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. $W_E < 0 \Rightarrow \Delta U_E > 0 \Rightarrow$:شکل «الف»

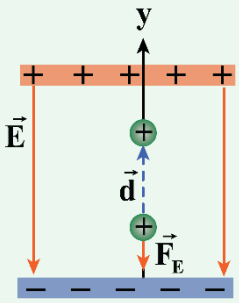
انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. $W_E > 0 \Rightarrow \Delta U_E < 0 \Rightarrow$:شکل «ب»

SanjeshCloud

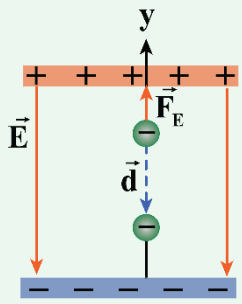
در شکل‌های زیر، چند حالت مربوط به جابه‌جایی بارهای مختلف و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی نشان داده شده است.



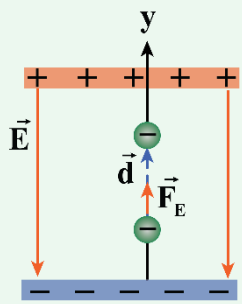
الف) بار **مثبت** در **جهت** میدان الکتریکی $\vec{E}$ حرکت می‌کند:
میدان الکتریکی، کار **مثبت** W_E را روی بار انجام می‌دهد.
انرژی پتانسیل الکتریکی U_E **کاهش** می‌یابد.



ب) بار **مثبت** در **خلاف** جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ حرکت می‌کند:
میدان الکتریکی، کار **منفی** W_E را روی بار انجام می‌دهد.
انرژی پتانسیل الکتریکی U_E **افزایش** می‌یابد.



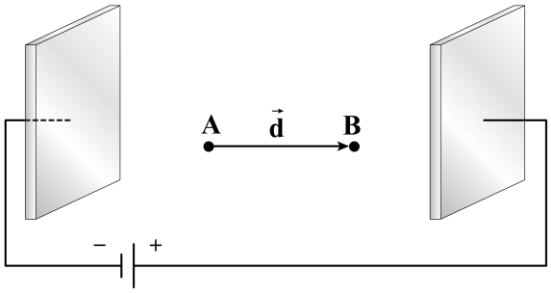
ج) بار **منفی** در **جهت** میدان الکتریکی $\vec{E}$ حرکت می‌کند:
میدان الکتریکی، کار **منفی** W_E را روی بار انجام می‌دهد.
انرژی پتانسیل الکتریکی U_E **افزایش** می‌یابد.



د) بار **منفی** در **خلاف** جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ حرکت می‌کند:
میدان الکتریکی، کار **مثبت** W_E را روی بار انجام می‌دهد.
انرژی پتانسیل الکتریکی U_E **کاهش** می‌یابد.

ماز

۵۰- در شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ به بزرگی $۴\times۱۰^{۳}\ \frac{N}{C}$ که بین دو صفحهٔ رسانای موازی متصل به باتری برقرار است، ذره‌ای به جرم $۲\times۱۰^{-۲۷}\ kg$ و بار الکتریکی $+۶\times۱۰^{-۱۹}\ C$ از نقطهٔ A با تندی $۲\sqrt{۳}\times۱۰^{۵}\ \frac{m}{s}$ در خلاف جهت میدان الکتریکی پرتاب شده و پس از جابه‌جایی $\vec{d}$ در نقطهٔ B متوقف می‌شود. اندازهٔ $\vec{d}$ برحسب سانتی‌متر و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در این جابه‌جایی برحسب ژول، به‌ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟ (از وزن ذره و مقاومت هوا چشم‌پوشی شود.)



۱) ۱۰ و -۱۲×۱۰^{-۱۷}
۲) ۱۰ و ۱۲×۱۰^{-۱۷}
۳) ۵ و -۱۲×۱۰^{-۱۷}
۴) ۵ و ۱۲×۱۰^{-۱۷}

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۲ ـ ۱۱۰۱)

کام اول

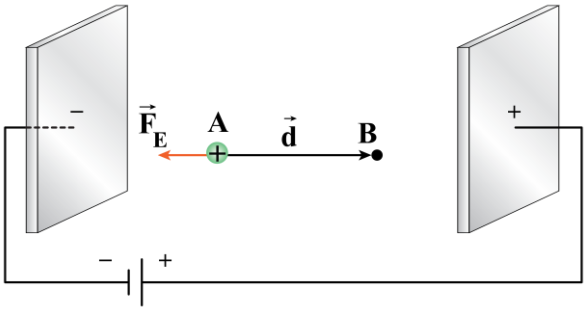
ابتدا به کمک پایستگی انرژی، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta U_E + \Delta K = ۰ \Rightarrow \Delta U_E = -\Delta K \Rightarrow \Delta U_E = -\frac{۱}{۲}m(v_B^۲ - v_A^۲)$$

$$m=۲\times۱۰^{-۲۷}\,kg\ ,\ v_A=۲\sqrt{۳}\times۱۰^{۵}\,\frac{m}{s}\ ,\ v_B=۰ \longrightarrow \Delta U_E=-\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{-۲۷}\times(۰^{۲}-(۲\sqrt{۳}\times۱۰^{۵})^{۲})=۱۲\times۱۰^{-۱۷}\,J$$

کام آخر

به کمک رابطهٔ تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی داریم:



$$\Delta U_E=-E|q|d\cos\theta \Rightarrow d=\frac{-\Delta U_E}{E|q|\cos\theta} \xrightarrow[q=۶\times۱۰^{-۱۹}\,C\ ,\ \theta=۱۸۰^{\circ}]{\Delta U_E=۱۲\times۱۰^{-۱۷}\,J\ ,\ E=۴\times۱۰^{۳}\,\frac{N}{C}}$$

$$d=\frac{-۱۲\times۱۰^{-۱۷}}{۴\times۱۰^{۳}\times۶\times۱۰^{-۱۹}\times(-۱)}=\frac{۱}{۲}\times۱۰^{-۱}m \Rightarrow d=۵cm$$

کار میدان الکتریکی و قضیهٔ کار - انرژی جنبشی

۱- اگر نیروی میدان، تنها نیروی وارد بر ذرهٔ باردار باشد:

$$W_t=W_E \xrightarrow{W_t=\Delta K=\frac{۱}{۲}m(v_۲^{۲}-v_۱^{۲})} W_E=\frac{۱}{۲}m(v_۲^{۲}-v_۱^{۲}) \xrightarrow{\Delta U_E=-W_E} \Delta U_E=-\frac{۱}{۲}m(v_۲^{۲}-v_۱^{۲})$$

۲- اگر علاوه بر نیروی الکتریکی، نیروهای دیگری مانند نیروی وزن (mg)، نیروی شخص (F) و نیروهای مقاوم مانند اصطکاک (f) به ذرهٔ باردار وارد شوند، داریم:

$$W_t=\Delta K \Rightarrow W_E+W_{mg}+W_F+W_f=\frac{۱}{۲}m(v_۲^{۲}-v_۱^{۲})$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

بودجه‌بندی این آزمون

قدر هدایای زمینی را بدانیم (از ابتدای فصل تا قبل از خود را بیازمایید صفحه ۲۴)
صفحه‌های ۱ تا ۲۴

سهم در کنکور

مباحث این آزمون در مجموع ۳ تست از ۳۰ تستِ کنکور را پوشش داده است.

سلام به مازی‌های عزیز

آزمون سوم؛ شروع جدی مسائل!
قسمت دوم فصل اول شیمی یازدهم، در واقع تکمیل‌کنندهٔ استوکیومتری پایهٔ دهمه و پروندهٔ استوکیومتری کنکور رو می‌بنده. یعنی هر چیزی که از استوکیومتری برای کنکور باید بلد باشیم، تا همین‌جا آموزش داده می‌شه و مسائل استوکیومتری فصل‌های بعدی هم با همین دانش قابل حل هستن.

مفاهیم جدید این آزمون:

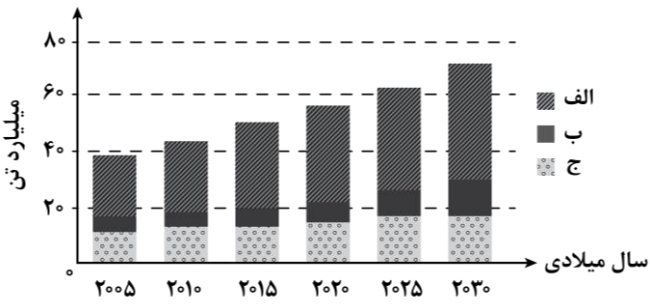
۱. درصد خلوص ۲. بازده درصدی

اهمیت این دو مفهوم از همین‌جا مشخص می‌شه که در این آزمون فقط دو صفحه پیشروی داریم! بااین‌حال، این دو مبحث نه‌تنها به‌تنهایی در کنکور سؤال دارن، بلکه قابلیت ترکیب‌شدن با تقریباً تمام مسائل شیمی رو هم دارن. پس یادگیری دقیق این دو مبحث خیلی حیاتیه! بریم سراغ بررسی خود آزمون.

موفق باشید.

دکتر علی ترابی ـ مسئول درس آزمون‌های تستی شیمی پایهٔ یازدهم

۵۱- با توجه به نمودار زیر که برآورد میزان مصرف نسبی مواد معدنی، سوخت‌های فسیلی و فلزها را نمایش می‌دهد، کدام عبارت درست است؟



۱) مصرف مواد معدنی از سال ۲۰۱۰ تا ۲۰۳۰ به‌تقریب ۲ برابر خواهد شد.

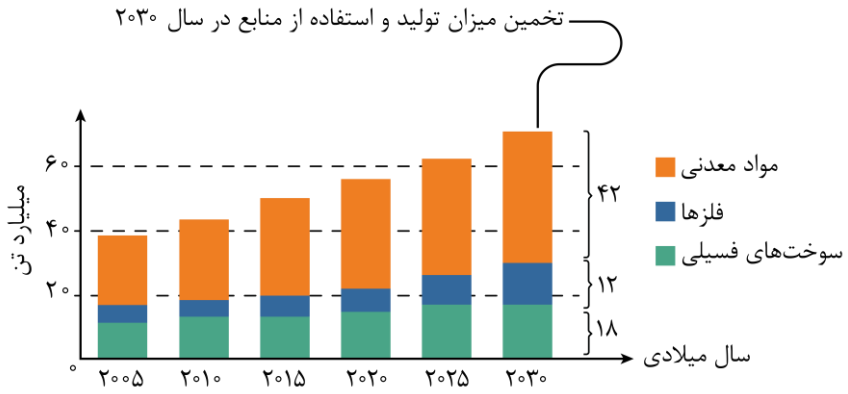
۲) مصرف سوخت‌های فسیلی از سال ۲۰۰۵ تا ۲۰۲۵ بیش از ۲ برابر شده است.

۳) در سال ۲۰۱۵، مجموع مصرف فلزها و سوخت‌های فسیلی بیشتر از مواد معدنی بوده است.

۴) پیش‌بینی می‌شود مواد معدنی در سال‌های پیش رو نقش کم‌رنگ‌تری در صنعت داشته باشند.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۴ ـ ۱۱۰۱)

نمودار زیر میزان تولید و مصرف فلزها، مواد معدنی و سوخت‌های فسیلی در جهان را در طول قرن جدید و تخمینی از آن‌ها را در سال‌های آینده نشان می‌دهد:



در سال ۲۰۱۰ تقریباً ۲۱ میلیارد تن مواد معدنی مصرف شده است. همچنین پیش‌بینی می‌شود در سال ۲۰۳۰حدود ۴۲ میلیارد تن از این مواد استفاده شوند؛ بنابراین می‌توان گفت مصرف مواد معدنی در این بازه، **تقریباً ۲ برابر** خواهد شد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) در سال ۲۰۰۵، حدود ۱۱ میلیارد تن سوخت فسیلی مصرف شده است. همچنین در سال ۲۰۲۵، حدود ۱۸ میلیارد تن از این منبع مصرف شده است؛ بنابراین مصرف سوخت فسیلی در این بازه، کمتر از ۲ برابر شده است.

۳) در سال ۲۰۱۵، حدود ۴۸ میلیارد تن از مجموع این مواد مصرف شده است که حدود ۲۸ میلیارد تن از این مصرف، مربوط به مواد معدنی بوده است؛ بنابراین مجموع مصرف سایر منابع در این سال، کمتر از مصرف مواد معدنی بوده است.

۴) با توجه به نمودار، پیش‌بینی می‌شود مصرف مواد معدنی افزایش‌یافته و در نتیجه نقش پررنگ‌تری در صنعت داشته باشند.

ماز

۵۲- با توجه به واکنش‌های زیر، واکنش بین وانادیم و آهن (II) اکسید انجام‌پذیر ..... و دشواری نگهداری فلز روی نسبت به فلز آهن ..... است.

I) $VCl_3 + C \rightarrow$ انجام نمی‌شود

II) $Zn + FeSO_4 \rightarrow ZnSO_4 + Fe$

۱) است ـ بیشتر ۲) است ـ کمتر ۳) نیست ـ بیشتر ۴) نیست ـ کمتر

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۰ ـ ۱۱۰۱)

در ابتدا، با توجه به اینکه واکنش اول بین وانادیم (III) کلرید و کربن انجام‌پذیر نیست، واکنش‌پذیری وانادیم **بیشتر** از کربن است. حال، از آنجا که واکنش‌پذیری **کربن** از **آهن بیشتر** است، واکنش‌پذیری **وانادیم** نیز از **آهن بیشتر** خواهد بود. در نتیجه، بین وانادیم و آهن (II) اکسید واکنش انجام خواهد شد.

خارج کردن فلز A از ترکیب آن توسط فلز B	$\Longleftrightarrow$	واکنش‌پذیری: فلز $B >$ فلز A

با توجه به اینکه واکنش دوم بین روی و آهن (II) سولفات انجام‌پذیر است، واکنش‌پذیری روی باید از آهن **بیشتر** باشد. در نتیجه، به دلیل واکنش‌پذیری بالاتر فلز روی، نگهداری این فلز نسبت به فلز آهن **دشوارتر** است.

انجام‌پذیری واکنش

به‌طور کلی می‌توان گفت که در هر واکنش شیمیایی که به‌طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش‌پذیری فراورده‌ها کمتر از واکنش‌دهنده‌ها است.

مثال ۱: واکنش‌پذیری فلز سدیم بیشتر از فلز آهن است؛ پس سدیم می‌تواند به‌طور طبیعی، فلز آهن را از ترکیبات آن خارج کند. برای مثال واکنش زیر به‌طور طبیعی انجام می‌شود:

$$2Na(s) + FeO(s) \rightarrow Na_2O(s) + Fe(s)$$

مثال ۲: چون واکنش‌پذیری سدیم بیشتر از آهن است، فلز آهن نمی‌تواند سدیم را از ترکیب آن به‌صورت طبیعی خارج کند. به‌عنوان مثال:

$Na_2O(s) + Fe(s) \rightarrow$ واکنش نمی‌دهد

ماز

۵۳- برای استخراج ۳/۵ کیلوگرم آهن، به چند کیلوگرم سنگ معدن آهن حاوی آهن (III)اکسید با خلوص ۶۰٪ نیاز داریم؟

($O=16, Fe=56 : g.mol^{-1}$)

۱) ۳/۷ ۲) ۴/۱ ۳) ۷/۹ ۴) ۸/۳

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۳ ـ ۱۱۰۱)

آهن در سنگ معدن آن به‌صورت Fe_2O_3 وجود دارد. بنابراین، در هر یک مول از این ترکیب، ۲ مول آهن وجود دارد. ابتدا، جرم Fe_2O_3 خالص حاوی ۳/۵ کیلوگرم آهن (یا ۳۵۰۰ گرم آهن) را حساب می‌کنیم:

$$?\,kg\,Fe_2O_3 = 3500\,g\,Fe \times \frac{1\,mol\,Fe}{56\,g\,Fe} \times \frac{1\,mol\,Fe_2O_3}{2\,mol\,Fe} \times \frac{160\,g\,Fe_2O_3}{1\,mol\,Fe_2O_3} \times \frac{1\,kg}{1000\,g} = 5\,kg$$

با توجه به این که درصد خلوص این نمونه سنگ معدن برابر با ۶۰٪ است، جرم کل سنگ معدن (ناخالص) مورد نیاز برابر است با:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم مادهٔ خالص}}{\text{جرم مادهٔ ناخالص}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۶۰ = \frac{۵\text{kg}}{\text{m}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{m} \simeq ۸/۳\text{kg}$$

در نتیجه، به ۸/۳ کیلوگرم سنگ معدن آهن نیاز داریم.

درصد خلوص

اغلب مواد موجود در طبیعت، صنعت و آزمایشگاه، ناخالص هستند؛ بنابراین، برای بیان میزان خالص بودن یک ماده از درصد خلوص استفاده می‌کنیم. درصد خلوص به معنی مقدار گرم مادهٔ خالص موجود در صد گرم مادهٔ ناخالص است. درصد خلوص از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود.

$$\text{درصد خلوص ماده} = \frac{\text{جرم مادهٔ خالص (g)}}{\text{جرم مادهٔ ناخالص (g)}} \times ۱۰۰$$

نکتهٔ بسیار مهم: به هنگام محاسبهٔ درصد خلوص، نیاز نیست حتماً از واحد گرم استفاده شود و تنها یکسان بودن واحدهای صورت و مخرج، کافی است. اما حتماً باید واحد مورد نظر مربوط به جرم باشد.

۵۴- کدام موارد از عبارت‌های زیر، دربارهٔ عنصر طلا درست هستند؟

الف ـ درصد جرمی این عنصر در خاک معدن آن نسبتاً بالا است.

ب ـ همانند فلز قلیایی موجود در دورهٔ سوم، نرم و چکش‌خوار است.

ج ـ این فلز به دلیل رسانایی الکتریکی بالا در ساخت وسایل الکترونیکی نقش دارد.

د ـ این عنصر زردرنگ با مواد موجود در بدن انسان برخلاف گاز اکسیژن واکنش نمی‌دهد.

۱) «الف» و «ج» ۲) «الف» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «ب» و «د»

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۷ ـ ۱۱۰۱)

فلز طلا با نماد شیمیایی Au، یکی از عناصر واسطه موجود در جدول دوره‌ای است. طلا فلزی ارزشمند و گران‌بها است که افزون بر داشتن ویژگی‌های مشترک با سایر فلزها، ویژگی‌های منحصربه‌فردی نیز دارد. برخی از ویژگی‌های طلا به شرح زیر هستند:

- ویژگی‌های منحصربه‌فرد طلا
  - چکش‌خواری و نرمی زیاد طلا
    - چند گرم طلا با چکش‌کاری به صفحه‌ای با مساحت چند متر مربع تبدیل می‌شود.
    - از طلا می‌توان برای ساختن برگه‌ها و رشته‌های بسیار نازک (نخ طلا) استفاده کرد.
  - رسانایی الکتریکی بالای طلا و حفظ این رسانایی در شرایط دمایی گوناگون
    - استفاده از طلا در ساختن وسایل الکترونیکی مثل لپ‌تاپ‌ها و ویلچرهای برقی
  - واکنش ندادن طلا با گازهای موجود در هواکره
    - استفاده از طلا به‌عنوان جواهرات و استفادهٔ زینتی از آن
  - واکنش ندادن طلا با مواد موجود در بدن انسان
    - استفاده از طلا برای ساختن دندان مصنوعی
  - بازتاب زیاد پرتوهای خورشید توسط طلا
    - استفاده از طلا برای ساختن لباس‌های فضانوردی

ویژگی‌های مناسب طلا سبب‌شده کاربردهای این فلز گسترش یافته و تقاضای جهانی آن روزبه‌روز افزایش پیدا کند. عبارت‌های «ب» و «ج» در مورد این فلز درست هستند.

بررسی موارد:

الف) مقدار طلا در معادن طلا **بسیار کم** است. به‌طوری‌که برای استخراج مقدار کمی از آن باید از حجم انبوهی خاک معدن استفاده کرد. در نتیجه، درصد جرمی این عنصر در خاک معدن آن بسیار کم است.

SanjeshCloud

ب) فلز طلا عنصری **نرم** و **چکش‌خوار** است. فلز قلیایی موجود در دورهٔ سوم، سدیم است. فلز سدیم نیز یک عنصر نرم و چکش‌خوار است.

ج) رسانایی الکتریکی بالای طلا و حفظ این رسانایی در دماهای گوناگون، اهمیت استفاده از این عنصر ارزشمند در قطعات الکترونیکی که در معرض **افزایش دما** هستند را نشان می‌دهد.

د) طلا در طبیعت به شکل عنصری و فلزی یافت می‌شود. این عنصر با اجزای هواکره و همچنین با مواد موجود در بدن انسان واکنش نمی‌دهد. به همین علت از این عنصر در تولید اجزای مصنوعی انسان، زیورآلات و همچنین در معماری برای تزئین اجزای ساختمان استفاده می‌شود.

ماز

۵۵- **کدام مورد، عبارت زیر را به‌درستی تکمیل نمی‌کند؟**

«عنصری که ۵۰ درصد الکترون‌های لایهٔ ظرفیت آن دارای $n+l=۴$ است، می‌تواند ..... .»

۱) رسانایی الکتریکی و گرمایی بالایی داشته باشد.

۲) شعاع اتمی آن نسبت به شعاع اتمی ششمین فلز دستهٔ s بیشتر باشد.

۳) اختلاف عدد اتمی آن با عنصرهای قبلی و بعدی در گروه خود برابر باشد.

۴) سطحی درخشان با توانایی به اشتراک‌گذاشتن الکترون‌ها با سایر عناصر داشته باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (دشوار ـ مفهومی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۱۵ ـ ۱۱۰۱)

زیرلایه‌های $۳p$ و $۴s$ دارای $n+l=۴$ هستند. حال، سه حالت وجود دارد تا ۵۰درصد الکترون‌های لایهٔ ظرفیت در یک اتم دارای $n+l=۴$ باشند. در حالت اول، آرایش لایهٔ ظرفیت اتم باید به‌صورت $۳s^۲۳p^۲$ باشد تا از بین ۴ الکترون ظرفیتی، ۲ الکترون (۵۰درصد الکترون‌های ظرفیتی) در زیرلایهٔ $۳p$ قرار داشته باشند. در این حالت، اتم مورد نظر ما سیلیسیم خواهد بود. در حالت دوم، آرایش لایهٔ ظرفیت اتم باید به‌صورت $۳d^۲۴s^۲$ باشد تا از بین ۴ الکترون ظرفیتی، ۲ الکترون (۵۰درصد الکترون‌های ظرفیتی) در زیرلایهٔ $۴s$ قرار داشته باشند. در این حالت، اتم مورد نظر ما تیتانیم است. در حالت سوم، آرایش لایهٔ ظرفیت اتم باید به‌صورت $۴s^۲۴p^۲$ باشد تا از بین ۴ الکترون ظرفیتی، ۲ الکترون (۵۰درصد الکترون‌های ظرفیتی) در زیرلایهٔ $۴s$ قرار داشته باشند. در این حالت، اتم مورد نظر ما ژرمانیم است. بنابراین، عنصر مورد نظر یکی از سه عنصر سیلیسیم، تیتانیم و ژرمانیم است.

اولین فلز دستهٔ s، فلز لیتیم و ششمین فلز این دسته، فلز **کلسیم** است. حال، با توجه به اینکه کلسیم نسبت به سیلیسیم در دورهٔ **پایین‌تری** قرار گرفته است و نسبت به **تیتانیم** و **ژرمانیم** در سمت **چپ** آن‌ها در جدول قرار گرفته است، عنصر کلسیم نسبت به هر سه عنصر بیان‌شده شعاع اتمی بیشتری دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) از آنجا که تیتانیم یک عنصر فلزی است، رسانایی الکتریکی و گرمایی بالایی دارد.

۳) عنصرهای قبل و بعد از عنصر ژرمانیم ($_{۳۲}Ge$) در گروه آن به‌ترتیب سیلیسیم ($_{۱۴}Si$) و قلع ($_{۵۰}Sn$) هستند. اختلاف عدد اتمی ژرمانیم با این دو عنصر، یکسان و برابر با ۱۸ است.

۴) عنصر سیلیسیم، یک شبه‌فلز است. شبه‌فلزها در واکنش با سایر عناصر توانایی تشکیل **پیوند کووالانسی** و به **اشتراک گذاشتن الکترون** دارند. سطح شبه‌فلزها همانند فلزها درخشان است.

ماز

۵۶- **کدام مورد دربارهٔ عنصری که آرایش الکترونی یون آن به $۳p^۶$ ختم می‌شود، نادرست است؟**

۱) خصلت فلزی این عنصر می‌تواند از فلز سدیم بیشتر باشد.

۲) این عنصر نمی‌تواند در آرایش الکترونی خود، دارای الکترون با $l=۲$ باشد.

۳) این عنصر می‌تواند با به‌دست آوردن یک الکترون به این آرایش الکترونی رسیده باشد.

۴) این عنصر یک شبه‌فلز نیست، اما به‌طور حتم با عنصر دارای خاصیت شبه‌فلزی هم‌دوره است.

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۱۶ ـ ۱۱۰۱)

آرایش الکترونی مطرح‌شده، آرایش الکترونی گاز نجیب دورهٔ سوم یعنی آرگون است:

$$Ar: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$$

یون‌های حاصل از عنصرهای فسفر، گوگرد، کلر، پتاسیم، کلسیم و اسکاندیم این آرایش الکترونی را به خود می‌گیرند. از بین این عناصر، در آرایش الکترونی عنصر اسکاندیم، زیرلایهٔ $3d^1$ که زیرلایه‌ای با $l=2$ است، وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اگر این عنصر پتاسیم باشد که هم‌گروه سدیم است، چون در جدول تناوبی عناصر نسبت به سدیم در محلی پایین‌تر قرار دارد، پس خصلت فلزی بیشتری نسبت به **سدیم** دارد.

۳) یکی از این عناصر کلر است که برای رسیدن به آرایش الکترونی مورد نظر، یک الکترون دریافت کرده و به آرایش الکترونی هشت‌تایی گاز نجیب **آرگون** می‌رسد.

۴) هیچ‌یک از عنصرهای بیان‌شده شبه‌فلز نیستند، اما عنصرهای فسفر، گوگرد و کلر با عنصر سیلیسیم (شبه‌فلز موجود در دورهٔ سوم) و عنصرهای پتاسیم، کلسیم و اسکاندیم با عنصر **ژرمانیم** (شبه‌فلز موجود در دورهٔ چهارم) هم‌دوره هستند. در نتیجه، همهٔ عنصرهای بیان‌شده با عنصر دارای خاصیت **شبه‌فلزی** هم‌دوره هستند.

ماز

۵۷- اگر در واکنش $2C_3H_6(g)+9O_2(g)\rightarrow 6CO_2(g)+6H_2O(g)$ نسبت مقدار (مول) گاز اکسیژن مصرف‌شده به کربن دی‌اکسید تولیدشده برابر ۲ باشد، بازدهٔ واکنش برابر چند درصد است؟

۱) ۹۰ ۲) ۸۰ ۳) ۷۵ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۳ ـ ۱۱۰۱)

واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است:

$$2C_3H_6(g)+9O_2(g)\rightarrow 6CO_2(g)+6H_2O(g)$$

در این واکنش به ازای مصرف ۹ مول گاز اکسیژن به‌صورت نظری ۶ مول گاز کربن‌دی‌اکسید تولید می‌شود. مطابق صورت مسئله مقدار گاز کربن‌دی‌اکسید تولیدشده به ازای مصرف ۹ مول گاز اکسیژن برابر است با:

$$2=\frac{\text{مقدار گاز اکسیژن}}{\text{مقدار گاز کربن دی‌اکسید}} \Rightarrow 2=\frac{9}{x} \Rightarrow x=\frac{9}{2}=4/5\,mol$$

حال بر اساس مقدار کربن دی‌اکسید تولیدشده به‌صورت عملی و نظری، بازدهٔ واکنش را مشخص می‌کنیم:

$$\text{بازدهٔ درصدی}=\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}}\times 100=\frac{4/5}{6}\times 100=75\%$$

پس بازدهٔ این واکنش برابر ۷۵ درصد است.

بازدهٔ واکنش

در واقعیت، واکنش‌های شیمیایی به علت ناخالص بودن واکنش‌دهنده‌ها، انجام گرفتن واکنش‌های ناخواسته و همچنین کامل نشدن واکنش، همیشه مطابق انتظار ما پیش نرفته و میزان فراورده تولیدشده، از مقدار به‌دست‌آمده در محاسبات ما کمتر می‌شود. در این شرایط، نیاز به مفهومی که نشان دهد واکنش به چه اندازه انجام شده است، حس می‌شود. از این رو، شیمی‌دان‌ها با مطرح کردن مفهوم بازدهٔ واکنش، به دنبال مشخص کردن مقدار فراورده تولیدشده در واقعیت (فراوردهٔ عملی) با استفاده از مقدار مورد انتظار از طریق محاسبه (فراورده نظری) هستند.

رابطه بازدهٔ درصدی به‌صورت زیر است:

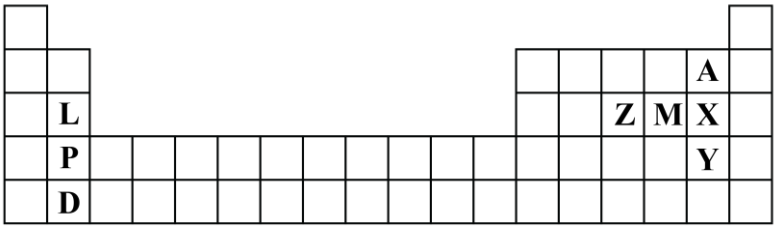
$$\text{بازدهٔ درصدی}=\frac{\text{مقدار فراورده عملی}}{\text{مقدار فراورده نظری}}\times 100$$

نکته مهم: تنها شرط مورد نیاز برای محاسبهٔ بازدهٔ درصدی، یکسان بودن واحدهای صورت و مخرج است و این واحد می‌تواند گرم، کیلوگرم، مول، لیتر گاز و ... باشد.

ماز

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵۸- با توجه به شکل زیر که نشان‌دهندهٔ پنج دورهٔ اول جدول دوره‌ای است، کدام‌یک از مقایسه‌های زیر نادرست است؟



۱) شعاع اتمی: $D > L > Z$
۲) واکنش‌پذیری: $Y > X > M > Z$
۳) تمایل به تشکیل کاتیون: $D > P > L$
۴) خصلت نافلزی: $Y < X < A$

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۱۰۱)

به‌طور کلی، در بین نافلزها با افزایش شعاع اتمی، خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری کاهش می‌یابد. در یک دوره، از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد؛ در نتیجه، خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها **افزایش** می‌یابد. در یک گروه، از بالا به پایین، شعاع اتمی **افزایش** می‌یابد؛ در نتیجه، خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها **کاهش** می‌یابد. حال، با توجه به اینکه عنصرهای X و M و Z و Y نافلزی هستند و عنصر Y نسبت به عنصر X در قسمت پایین‌تر جدول قرار دارد، واکنش‌پذیری کمتری نسبت به سایر عنصرها خواهد داشت. عنصر X به دلیل اینکه نسبت به عنصرهای M و Z در سمت راست‌تر جدول و بالاتر از عنصر Y قرار گرفته است، نسبت به سایر عنصرها واکنش‌پذیری بیشتری خواهد داشت. عنصر M نیز به دلیل اینکه در سمت راست عنصر Z قرار دارد، واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به آن خواهد داشت. بنابراین، مقایسهٔ واکنش‌پذیری این عنصرها به‌صورت «$X > M > Z$» و همچنین «$X > Y$» است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در یک دوره، از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد و در یک گروه، از بالا به پایین، شعاع اتمی افزایش می‌یابد. از آنجا که عنصر D نسبت به عنصرهای Z و L در قسمت پایین‌تر جدول قرار گرفته است، شعاع اتمی آن نیز نسبت به دو عنصر دیگر بیشتر خواهد بود. حال، با توجه به اینکه عنصر L نسبت به عنصر Z در سمت چپ‌تر یک دوره قرار گرفته است، شعاع اتمی **بیشتری** نسبت به آن دارد. در نتیجه، مقایسهٔ شعاع اتمی این سه عنصر به‌صورت «$D > L > Z$» است.

۳) در میان فلزها، هر چه شعاع اتمی بیشتر باشد، خصلت فلزی و تمایل به تشکیل کاتیون بیشتر خواهد بود. حال، با توجه به اینکه هر ۳ عنصر در یک گروه از جدول تناوبی قرار دارند و می‌دانیم در یک گروه، شعاع اتمی و خصلت فلزی از بالا به پایین افزایش می‌یابد، مقایسهٔ تمایل به تشکیل کاتیون برای این سه عنصر به‌صورت «$D > P > L$» است.

۴) عنصرهای مشخص شده در گروه هالوژن‌ها (گروه ۱۷) قرار گرفته‌اند که نافلز هستند. در بین نافلزهای یک گروه، از بالا به پایین، با افزایش شعاع اتمی، تمایل نافلز برای دریافت الکترون کاهش می‌یابد و به همین علت واکنش‌پذیری آن و به عبارت دیگر خصلت نافلزی کاهش می‌یابد. در نتیجه، مقایسهٔ خصلت نافلزی این ۳ عنصر به‌صورت «$Y < X < A$» است.

۵۹- در یک نمونه از آلیاژ نقره-سدیم به‌ازای هر اتم نقره، چهار اتم سدیم وجود دارد. اگر ۶۰ گرم از نمونه آلیاژ با آهن (III) سولفات به‌طور کامل واکنش دهد، چند گرم فلز در این واکنش تولید می‌شود؟

$(Na = ۲۳, Fe = ۵۶, Ag = ۱۰۸ : g.mol^{-۱})$

۱) ۵/۶
۲) ۱۱/۲
۳) ۴۴/۸
۴) ۲۲/۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (دشوار ـ محاسباتی ـ زمان‌بر ـ صفحهٔ ۲۳ ـ ۱۱۰۱)

در بین عناصر تشکیل‌دهندهٔ این نمونه آلیاژ (سدیم و نقره)، تنها عنصر سدیم دارای واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به آهن بوده و می‌تواند با آهن (III) سولفات واکنش دهد. معادلهٔ واکنش به‌صورت زیر خواهد بود:

$$۶Na(s) + Fe_۲(SO_۴)_۳(s) \rightarrow ۳Na_۲SO_۴(s) + ۲Fe(s)$$

راه‌حل مسئله

چون در این آلیاژ تنها سدیم در واکنش شرکت می‌کند، برای حل این مسئله باید جرم سدیم موجود در آلیاژ را مشخص کنیم. یکی از راه‌هایی که می‌توان به‌کار برد، مشخص کردن درصد خلوص سدیم در این ماده و سپس محاسبه جرم سدیم در این آلیاژ است. البته می‌توانیم تنها از نسبت جرم سدیم به جرم آلیاژ نیز استفاده کنیم، ولی راه‌حل رسمی‌تر، استفاده از درصد خلوص است. اگر نخواهیم از درصد خلوص استفاده کنیم، نیازی به درصدگیری نیست و تنها نسبت جرم سدیم به جرم آلیاژ را با توجه به نسبت تعداد اتم‌های دو فلز مشخص می‌کنیم.

ابتدا باید مقدار سدیم موجود در این آلیاژ را محاسبه کنیم. با توجه به این که در این آلیاژ به ازای هر اتم نقره، چهار اتم سدیم وجود دارد، نسبت مولی سدیم به نقره، نسبت ۴ به ۱ خواهد بود. حال، مقدار سدیم و نقره موجود در این آلیاژ را به‌ترتیب برابر با $4x$ و x مول فرض می‌کنیم. بنابراین، درصد خلوص عنصر سدیم برابر خواهد بود با:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم مادهٔ خالص}}{\text{جرم مادهٔ ناخالص}} \times ۱۰۰ = \frac{۴x \times ۲۳}{۴x \times ۲۳ + x \times ۱۰۸} \times ۱۰۰ = \frac{۹۲x}{۹۲x + ۱۰۸x} \times ۱۰۰ = \frac{۹۲x}{۲۰۰x} \times ۱۰۰ = ۴۶\%$$

با توجه به اینکه درصد خلوص عنصر سدیم برابر ۴۶% است، مقدار آهن تولیدشده در اثر مصرف ۶۰گرم آلیاژ را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,Fe = ۶۰\,g\,\text{آلیاژ} \times \frac{۴۶\,g\,Na}{۱۰۰\,g\,\text{آلیاژ}} \times \frac{۱\,mol\,Na}{۲۳\,g\,Na} \times \frac{۲\,mol\,Fe}{۶\,mol\,Na} \times \frac{۵۶\,g\,Fe}{۱\,mol\,Fe} = ۲۲/۴\,g$$

در نتیجه، در این واکنش ۲۲/۴ گرم آهن تولید می‌شود.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

به ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول که حاوی ۰/۹ مول سدیم کربنات است، ۳۵۰ میلی‌لیتر محلول لیتیم کلرید با غلظت کافی اضافه می‌کنیم تا مطابق معادله زیر، با یکدیگر واکنش دهند. اگر بازدهٔ درصدی واکنش برابر ۸۰ درصد باشد، غلظت یون کربنات در محلول نهایی برابر چند مول بر لیتر می‌گردد؟

$$Na_۲CO_۳(aq) + ۲LiCl(aq) \rightarrow ۲NaCl(aq) + Li_۲CO_۳(s)$$

۱) ۰/۳۶ ۲) ۰/۲۴ ۳) ۰/۱۸ ۴) ۰/۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

از آنجا که بازده واکنش برابر ۸۰ درصد است، تنها ۲۰ درصد از یون‌های کربنات وارد شده به محلول، رسوب نکرده و به‌صورت حل شده، در محلول نهایی حضور دارند. بنابراین، مقدار یون‌های کربنات در محلول نهایی برابر است با:

$$?\,mol\,\text{باقی‌مانده}\,CO_۳^{۲-} = ۰/۹\,mol\,Na_۲CO_۳ \times \frac{۱\,mol\,CO_۳^{۲-}}{۱\,mol\,Na_۲CO_۳} \times \frac{۲۰\,mol\,\text{باقی‌مانده}\,CO_۳^{۲-}}{۱۰۰\,mol\,CO_۳^{۲-}} = ۰/۱۸\,mol$$

و در آخر غلظت یون کربنات را محاسبه می‌کنیم. از آنجا که دو محلول با حجم‌های ۴۰۰ و ۳۵۰ میلی‌لیتر را با یکدیگر مخلوط کرده‌ایم؛ حجم محلول نهایی برابر با ۷۵۰ میلی‌لیتر می‌شود؛ پس داریم:

$$[CO_۳^{۲-}] = \frac{\text{مول}\,CO_۳^{۲-}}{\text{لیتر}\,V} \Rightarrow x = \frac{۰/۱۸\,mol}{۷۵۰mL \times \frac{۱L}{۱۰۰۰mL}} = ۰/۲۴\,mol.L^{-۱}$$

بر این اساس، می‌توان گفت غلظت یون کربنات در محلول نهایی برابر ۰/۲۴ مول بر لیتر است.

ماز

۶۰- اگر در اثر تجزیهٔ ۶۹۰ گرم نقره کربنات مطابق معادلهٔ موازنه‌نشدهٔ $Ag_۲CO_۳(s) \rightarrow Ag(s) + CO_۲(g) + O_۲(g)$، $۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۳}$ مولکول گاز اکسیژن تولید شود، بازده واکنش مورد نظر چند درصد است؟

$(C = ۱۲, O = ۱۶, Ag = ۱۰۸ : g.mol^{-۱})$

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۳ ـ ۱۱۰۱)

معادله موازنه‌شده به‌صورت زیر است:

$$۲Ag_۲CO_۳(s) \rightarrow ۴Ag(s) + ۲CO_۲(g) + O_۲(g)$$

راه‌حل مسئله

برای محاسبه بازده واکنش، کافی است مقدار فراورده عملی و نظری را داشته باشیم. تعداد مولکول‌های فراورده به‌صورت عملی، در صورت سؤال داده شده است و تعداد مولکول‌های اکسیژنی که در این واکنش به‌صورت نظری انتظار داریم تولید شود نیز به کمک روابط استوکیومتری و از جرم نقره کربنات مصرف‌شده به‌دست می‌آید.

با توجه به معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، در اثر مصرف ۲ مول نقره کربنات، ۱ مول گاز اکسیژن تولید می‌شود. بر این اساس مقدار نظری گاز اکسیژن تولیدشده در اثر مصرف ۶۹۰ گرم نقره کربنات را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,\text{molecule}\,O_2 = 690\,\text{g}\,Ag_2CO_3 \times \frac{1\,\text{mol}\,Ag_2CO_3}{276\,\text{g}\,Ag_2CO_3} \times \frac{1\,\text{mol}\,O_2}{2\,\text{mol}\,Ag_2CO_3} \times \frac{6/02\times10^{23}\,\text{molecule}\,O_2}{1\,\text{mol}\,O_2}$$

$$= 1/25\times6/02\times10^{23}\,\text{molecule}$$

اکنون، با توجه به این که در این واکنش $3/01\times10^{23}$ مولکول گاز اکسیژن تولید شده است، بازدهٔ درصدی واکنش برابر است با:

$$\text{بازدهٔ درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow R = \frac{3/01\times10^{23}}{1/25\times6/02\times10^{23}} \times 100 = \frac{100}{1/25\times2} = 40\%$$

در نتیجه، بازدهٔ واکنش برابر با ۴۰ درصد است.

۶۱- کدام مورد دربارهٔ فلزی که در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد، نادرست است؟

۱) از واکنش محلول کاتیونی از آن که دارای یک زیرلایهٔ نیمه‌پر است با محلول سدیم هیدروکسید، رسوب سبزرنگ تشکیل می‌شود.

۲) برای استخراج این فلز از سنگ معدن آن، از عنصری استفاده می‌شود که در همهٔ زیرلایه‌های خود دارای دو الکترون است.

۳) در طبیعت، بیشتر به شکل اکسید دیده می‌شود و دو اکسید طبیعی به‌صورت‌های AO و A_2O_3 دارد.

۴) شمار الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ آن با ۸ عنصر فلزی هم‌دورهٔ خود برابر است.

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۱ ـ ۱۱۰۱)

آهن فلزی است که در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد. کاتیون **سه بار مثبت آهن** با آرایش الکترونی فشردهٔ $[Ar]3d^5$، دارای یک زیرلایهٔ **نیمه‌پر** است. در صورت واکنش این یون با یون هیدروکسید، **رسوب قرمز آهن** (III) **هیدروکسید** تشکیل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) برای استخراج آهن از عنصر کربن استفاده می‌کنند. آرایش الکترونی عنصر کربن به‌صورت $1s^2 2s^2 2p^2$ است. در نتیجه، در آرایش الکترونی عنصر کربن ۳ زیرلایهٔ دو الکترونی وجود دارد.

۳) در طبیعت، آهن بیشتر به‌صورت اکسیدهای FeO و Fe_2O_3 وجود دارد.

۴) آرایش لایهٔ ظرفیت این عنصر به‌صورت $3d^6 4s^2$ است. در نتیجه، آخرین زیرلایهٔ آن $4s^2$ است. از بین عنصرهای فلزی هم‌دوره با آهن، عنصر کلسیم و هفت عنصر واسطه (آخرین زیرلایهٔ در عنصرهای کروم و مس دارای یک الکترون است.) دارای دو الکترون در آخرین زیرلایهٔ خود (زیرلایهٔ $4s^2$) هستند. در نتیجه، ۸ عنصر فلزی هم‌دوره با آهن دارای شمار الکترون برابری در آخرین زیرلایهٔ خود با عنصر آهن هستند.

۶۲- یک نمونه ۴۰۰ گرمی $NaHCO_3$ ناخالص در واکنش $2NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(g)$ با بازدهٔ ۸۰ درصد شرکت می‌کند. اگر ۳۳ لیتر گاز کربن دی‌اکسید با چگالی $1/6 g.L^{-1}$ در طی این واکنش تولید شود، درصد خلوص نمونهٔ اولیهٔ $NaHCO_3$ کدام است؟ $(H=1, C=12, O=16, Na=23 : g.mol^{-1})$

۱) ۷۷ ۲) ۷۰ ۳) ۶۳ ۴) ۸۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۳ ـ ۱۱۰۱)

معادلهٔ واکنش مورد نظر به‌صورت زیر است:

$$2NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(g)$$

راه‌حل مسئله

برای محاسبه درصد خلوص، نیاز به جرم کل و جرم مادهٔ خالص داریم. جرم کل که داده شده است؛ کافی است جرم سدیم هیدروژن کربنات خالص را محاسبه کنیم. برای این کار باید از جرم کربن‌دی‌اکسید تولیدشده به‌صورت نظری استفاده کرد. جرم فراوردهٔ نظری را نیز به کمک جرم فراورده عملی و بازده واکنش محاسبه می‌کنیم.

ابتدا، جرم گاز کربن‌دی‌اکسید تولیدشده در واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/6 = \frac{m}{33} \Rightarrow m = 1/6 \times 33 g$$

با توجه به این که بازدهٔ واکنش برابر با ۸۰٪است و مقدار عملی گاز کربن دی‌اکسید تولیدشده برابر $1/6 \times 33$ گرم است، مقدار نظری آن برابر خواهد بود با:

$$\text{بازدهٔ درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{1/6 \times 33}{m} \times 100 \Rightarrow m = \frac{1/6 \times 33}{0/8} = 66 g$$

حال، از جرم کربن‌دی‌اکسید تولیدشده به‌صورت نظری، جرم سدیم هیدروژن کربنات خالص مصرف‌شده را مشخص می‌کنیم:

$$?g\, NaHCO_3 = 66 g\, CO_2 \times \frac{1 mol\, CO_2}{44 g\, CO_2} \times \frac{2 mol\, NaHCO_3}{1 mol\, CO_2} \times \frac{84 g\, NaHCO_3}{1 mol\, NaHCO_3} = 252 g$$

در نهایت، با توجه به جرم ۴۰۰ گرمی سدیم هیدروژن کربنات ناخالص، درصد خلوص این نمونه را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم مادهٔ خالص}}{\text{جرم مادهٔ ناخالص}} \times 100 = \frac{252 g}{400 g} \times 100 = 63\%$$

در نتیجه، درصد خلوص نمونه اولیه برابر با ۶۳ درصد است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

۱۲۰۰ گرم نمونه‌ای ناخالص از سدیم هیدروژن کربنات مطابق واکنش موازنه‌نشدهٔ $NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(l)$ در اثر گرما تجزیه شده است. اگر بازدهٔ درصدی این واکنش برابر با ۵۶ درصد و حجم فراوردهٔ گازی در شرایط استاندارد برابر با ۷۸/۴ لیتر باشد، درصد خلوص این نمونه سدیم هیدروژن کربنات چقدر است؟ $(H=1, C=12, O=16, Na=23 : g.mol^{-1})$

۱) ۶۲/۵ ۲) ۷۵ ۳) ۸۰ ۴) ۸۷/۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به‌صورت مقابل است: $2NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(l)$

با توجه به معادلهٔ این واکنش، بازدهٔ درصدی آن و مقدار گاز کربن‌دی‌اکسید تولید شده، مقدار سدیم هیدروژن کربنات مصرف‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$?g\, NaHCO_3(s) = 78/4 L\, CO_2 \times \frac{1 mol\, CO_2}{22/4 L\, CO_2} \times \frac{2 mol\, NaHCO_3}{1 mol\, CO_2} \times \frac{84 g\, NaHCO_3}{1 mol\, NaHCO_3} = 588 g$$

$$\text{بازدهٔ درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 56 = \frac{588}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{مقدار نظری} = 1050 g$$

در مرحله بعد، با توجه به جرم سدیم هیدروژن کربنات مصرف شده، درصد خلوص این ماده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد خلوص } NaHCO_3 = \frac{\text{جرم } NaHCO_3 \text{ خالص}}{\text{جرم } NaHCO_3 \text{ ناخالص}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{1050}{1200} \times 100 = 87/5\%$$

پس درصد خلوص این نمونه برابر ۸۷/۵ درصد است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۶۳- هالوژنی که در دمای ۳۰°C برخلاف دمای ۰°C با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد، در دمای اتاق حالت ..... داشته و در واکنش با فلز قلیایی دورهٔ دوم، نور ..... رنگ تولید می‌کند.

۱) گاز ـ قرمز ۲) مایع ـ قرمز ۳) گاز ـ زرد ۴) مایع ـ زرد

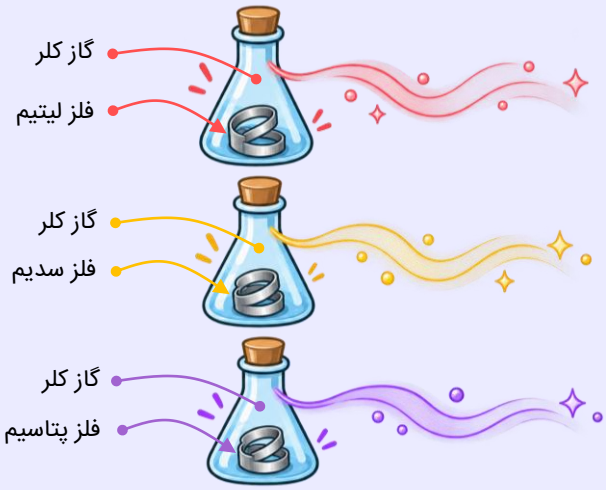
پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ خط‌به‌خط ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۴ ـ ۱۱۰۱)

نمودار زیر ویژگی‌های هالوژن‌ها را نمایش می‌دهد:



با توجه به این نمودار، هالوژن موردنظر کلر است. فلز قلیایی دورهٔ دوم نیز لیتیم است. (دومین فلز قلیایی سدیم است اما فلز قلیایی دورهٔ دوم لیتیم است.) از واکنش گاز کلر و لیتیم، نور قرمز رنگ تولید می‌شود. تصاویر زیر، نمایی از واکنش میان فلزهای لیتیم، سدیم و پتاسیم با گاز کلر (Cl_2) را نشان می‌دهند.

واکنش فلزهای قلیایی با گاز کلر



خروج پرتوهای قرمز رنگ (پرتوهایی با طول موج بلند)

$$2Li(s) + Cl_2(g) \rightarrow 2LiCl(s)$$

خروج پرتوهای زرد رنگ (پرتوهایی با طول موج متوسط)

$$2Na(s) + Cl_2(g) \rightarrow 2NaCl(s)$$

خروج پرتوهای بنفش رنگ (پرتوهایی با طول موج کوتاه)

$$2K(s) + Cl_2(g) \rightarrow 2KCl(s)$$

۶۴- از واکنشی با معادلهٔ موازنه‌نشدهٔ $FeO(s)+Al(s)\rightarrow Fe(l)+Al_2O_3(s)$ و بازده ۵۰ درصد برای تولید آهن مذاب استفاده می‌شود. در این واکنش، به ازای مصرف ۲۱/۶ گرم آلومینیم، چند گرم آهن تولید می‌شود؟

$(O=16, Al=27, Fe=56: g.mol^{-1})$

۱) ۳۳/۶ ۲) ۶۷/۲ ۳) ۴۴/۸ ۴) ۲۲/۴

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۳ ـ ۱۱۰۱)

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به‌صورت زیر است:

$$3FeO(s)+2Al(s)\rightarrow 3Fe(l)+Al_2O_3(s)$$

راه‌حل مسئله

صورت سؤال جرم فراوردهٔ عملی را می‌خواهد. با توجه به مشخص بودن بازده واکنش، با محاسبهٔ جرم فراوردهٔ نظری، می‌توان مقدار فراوردهٔ عملی را نیز حساب کرد. برای محاسبهٔ فراوردهٔ نظری از روابط استوکیومتری استفاده می‌کنیم.

ابتدا با توجه به جرم آلومینیم مصرف‌شده، مقدار نظری آهن مذاب تولیدشده را محاسبه می‌کنیم:

$$?g\,Fe=21/6\,g\,Al\times\frac{1\,mol\,Al}{27\,g\,Al}\times\frac{3\,mol\,Fe}{2\,mol\,Al}\times\frac{56\,g\,Fe}{1\,mol\,Fe}=67/2\,g$$

حال با توجه به فرمول بازدهٔ واکنش، مقدار عملی آهن مذاب تولیدشده را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{بازدهٔ درصدی}=\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}}\times 100\Rightarrow \text{مقدار عملی}=\frac{\text{مقدار نظری}\times\text{بازده}}{100}=\frac{50\times 67/2}{100}=33/6\,g$$

با توجه به محاسبات انجام‌شده، در این واکنش، ۳۳/۶ گرم آهن مذاب تولید شده است.

البته می‌توانستیم در همان کسر تبدیل‌ها از کسر تبدیل $\frac{\text{فراورده عملی بازده}}{\text{فراورده نظری}\,100}$ استفاده کنیم.

در واقع:

$$?g\,Fe_{\text{عملی}}=21/6\,g\,Al\times\frac{1\,mol\,Al}{27\,g\,Al}\times\frac{3\,mol\,Fe}{2\,mol\,Al}\times\frac{56\,g\,Fe}{1\,mol\,Fe}\times\frac{50\,g\,Fe_{\text{عملی}}}{100\,g\,Fe_{\text{نظری}}}=33/6\,g$$

کسر تبدیل بازده واکنش

اگر بازده یک واکنش برابر A باشد، کسر تبدیل آن را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\frac{\text{فراورده نظری}\,100\,g,mol,L}{\text{فراورده عملی}\,A\,g,mol,L}\quad\text{یا}\quad\frac{\text{فراورده عملی}\,A\,g,mol,L}{\text{فراورده نظری}\,100\,g,mol,L}$$

نکته

در این کسر تبدیل، واحد صورت و مخرج باید یکسان باشد، یعنی باید هر دو برحسب لیتر، گرم یا مول بیان شوند.

۶۵- کدام‌یک از موارد زیر جزء ویژگی‌های مشترک چهار عنصر نخست دوره سوم نیست؟

۱) سطح صیقلی در حالت فیزیکی جامد
۲) حالت فیزیکی جامد در دمای اتاق
۳) شمار لایه‌های دارای الکترون
۴) توانایی تشکیل یون تک اتمی پایدار

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۱۱ ـ ۱۱۰۱)

عناصر زیر، چهار عنصر اول دوره سوم جدول تناوبی هستند:

۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
Na	Mg	Al	Si
سدیم	منیزیم	آلومینیم	سیلیسیم
۲۲/۹۹	۲۴/۳۱	۲۶/۹۸	۲۸/۰۹

۳ عضو نخست یعنی سدیم، منیزیم و آلومینیم نوعی فلز بوده و عضو چهارم یعنی سیلیسیم نوعی **شبه‌فلز** است.

این عناصر همگی در دمای اتاق به حالت جامد یافت شده و سطح درخشان و صیقلی دارند و جلاپذیر هستند. همچنین توجه داریم که در عناصر موجود در یک دوره، شمار لایه‌های الکترونی حاوی الکترون با یکدیگر برابر بوده و مساوی شمارهٔ دوره است. عناصر فلزی این دوره توانایی تشکیل یون تک اتمی پایدار دارند، اما سیلیسیم چنین ویژگی ندارد و فاقد یون تک اتمی پایدار است.

یون تک اتمی

یون تک اتمی از گرفتن الکترون توسط اتم خنثی نافلزها یا از دست دادن الکترون توسط اتم خنثی فلزها به‌دست می‌آید. یون حاصل از نافلزها آنیون و یون فلزها کاتیون است. اگر چه نافلزهای دارای یون، تنها یک آنیون با آرایش الکترونی گاز نجیب دارند، اما اغلب فلزها بیش از یک کاتیون پایدار دارند. همان‌طور که مشخص است، یون تک اتمی پایداری برای شبه‌فلزها کشف نشده است. همچنین گازهای نجیب و اتم کربن نیز یون تک اتمی پایدار ندارند. بد نیست بدانیم فلز بریلیم نیز کاتیون ندارد.

۶۶- پتاسیم نیترات در دمای زیر ۵۰۰°C مطابق معادلهٔ $2KNO_3(s) \rightarrow 2KNO_2(s) + O_2(g)$ و در دمای بالای ۵۰۰°C مطابق معادله $4KNO_3(s) \rightarrow 2K_2O(s) + 2N_2(g) + 5O_2(g)$ تجزیه می‌شود. اگر در اثر تجزیه دو نمونه با جرم‌های برابر پتاسیم نیترات در دو دمای ۲۰۰°C و ۷۰۰°C در شرایط استاندارد، نسبت حجم گاز تولیدشده در واکنش با دمای ۷۰۰°C، به حجم گاز تولیدشده در واکنش با دمای ۲۰۰°C برابر ۴/۲ باشد، بازده واکنش با دمای بالاتر چند برابر واکنش با دمای پایین‌تر است؟

۱) ۱/۴ ۲) ۱/۲ ۳) ۰/۷ ۴) ۰/۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (دشوار ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۴ ـ ۱۱۰۱)

معادله دو واکنش به‌صورت زیر است:

$$2KNO_3(s) \rightarrow 2KNO_2(s) + O_2(g)$$
$$4KNO_3(s) \rightarrow 2K_2O(s) + 2N_2(g) + 5O_2(g)$$

راه‌حل مسئله

برای مشخص‌کردن بازدهٔ یک واکنش، به مقدار عملی و نظری یک فراورده نیاز داریم. نسبت حجم دو گاز تولیدشده در واقع مقدار فراوردهٔ عملی را نشان می‌دهد. برای مشخص‌کردن مقدار فراوردهٔ نظری، باید مقدار آن را از واکنش‌دهنده به‌دست آوریم که در دو واکنش جرم برابری دارند. بر این اساس می‌توانیم نسبت بازدهٔ دو واکنش را مقایسه کنیم.

با توجه به برابر بودن جرم دو نمونه پتاسیم نیترات، شمار مول دو نمونه را مساوی و برابر x مول در نظر می‌گیریم. مقدار گاز تولیدشده به‌صورت نظری در هر دو حالت را حساب می‌کنیم. در واکنش اول، به ازای مصرف دو مول واکنش‌دهنده، یک مول گاز تولید می‌شود و در واکنش دوم نیز به ازای مصرف ۴ مول واکنش‌دهنده در مجموع ۷ مول گاز تولید می‌گردد.

دمای ۲۰۰°C:

$$?\,mol\ \text{گاز} = x\,mol\,KNO_3 \times \frac{1\,mol\ \text{گاز}}{2\,mol\,KNO_3} = \frac{x}{2}\,mol$$

دمای ۷۰۰°C:

$$?\,mol\ \text{گاز} = x\,mol\,KNO_3 \times \frac{7\,mol\ \text{گاز}}{4\,mol\,KNO_3} = \frac{7x}{4}\,mol$$

در شرایط یکسان، نسبت مقدار دو گاز، برابر نسبت حجم دو گاز است. پس اگر در واکنش اول y مول گاز تولید شده باشد، در واکنش دوم ۴/۲y مول گاز تولید شده است.

بر این اساس نسبت بازده دو واکنش را حساب می‌کنیم:

$$A = \frac{\text{بازده درصدی واکنش در دمای } 700^\circ C}{\text{بازده درصدی واکنش در دمای } 200^\circ C} = \frac{\frac{\text{فراورده عملی}}{\text{فراورده نظری}} \times 100}{\frac{\text{فراورده عملی}}{\text{فراورده نظری}} \times 100} = \frac{\frac{4/2y}{\frac{7x}{4}} \times 100}{\frac{y}{\frac{x}{2}} \times 100} = \frac{4 \times 4/2}{7 \times 2} = 1/2$$

پس نسبت مورد نظر برابر ۱/۲ است.

قانون گازها

مطابق قانون گازها در دما و فشار مشخص، نسبت حجم دو گاز برابر نسبت مول آن دو گاز است:

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1}=\frac{P_2V_2}{n_2T_2}\xrightarrow{P_1=P_2,\,T_1=T_2}\frac{V_1}{V_2}=\frac{n_1}{n_2}$$

ماز

۶۷- اگر درصد جرمی سیلیسیم در یک نمونه کوارتز با فرمول شیمیایی SiO_2 برابر ۴۵/۹۲ باشد، درصد خلوص این نمونه کوارتز چند درصد است؟ $(O=16, Si=28: g.mol^{-1})$

۱) ۹۷/۸ ۲) ۹۸/۷ ۳) ۹۸/۱ ۴) ۹۸/۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ سریع ـ صفحهٔ ۲۳ ـ ۱۱۰۱)

درصد جرمی ۴۵/۹۲ یعنی در ۱۰۰ گرم از نمونهٔ مورد نظر، ۴۵/۹۲ گرم سیلیسیم وجود دارد. درصد خلوص نیز به معنای مقدار خالص ماده در ۱۰۰ گرم از آن نمونه است.

راه‌حل مسئله

برای محاسبه درصد خلوص نیاز به جرم نمونه و جرم ماده خالص داریم. جرم نمونه را که ۱۰۰ گرم در نظر گرفتیم، کافی است جرم سیلیسیم دی‌اکسیدی را که حاوی این مقدار سیلیسیم بوده را محاسبه کنیم.

جرم سیلیسیم دی‌اکسید را از جرم سیلیسیم محاسبه می‌کنیم:

$$?g\,SiO_2=45/92g\,Si\times\frac{1mol\,Si}{28g\,Si}\times\frac{1mol\,SiO_2}{1mol\,Si}\times\frac{60g\,SiO_2}{1mol\,SiO_2}=98/4g$$

پس در ۱۰۰ گرم از این نمونه ۹۸/۴ گرم ماده خالص وجود دارد که معادل درصد خلوص کوارتز است.

ماز

۶۸- اگر عنصری چکش‌خوار ..... ، به‌طور قطع یک ..... بوده و از یک عنصر ..... رسانایی الکتریکی ..... دارد.

۱) نباشد ـ شبه‌فلز ـ فلزی ـ کمتری ۲) باشد ـ شبه‌فلز ـ فلزی ـ کمتری
۳) باشد ـ فلز ـ شبه‌فلزی ـ بیشتری ۴) نباشد ـ فلز ـ شبه‌فلزی ـ بیشتری

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ مفهومی ـ سریع ـ صفحهٔ ۹ ـ ۱۱۰۱)

فلزها برخلاف نافلزها و شبه‌فلزها چکش‌خوار هستند. پس اگر عنصری چکش‌خوار باشد، به‌طور قطع فلز است اما اگر عنصری چکش‌خوار نباشد، یا نافلز است یا شبه‌فلز. پس تنها در صورتی می‌توان بر اساس چکش‌خواری اظهار نظر کرد که یک عنصر در چه دسته‌ای قرار می‌گیرد که عنصر چکش‌خوار باشد. در این صورت این عنصر یک فلز است.

فلزها رسانایی گرمایی و الکتریکی بالایی دارند. در مقابل، شبه‌فلزها رسانای ضعیف جریان الکتریسیته هستند و نافلزها (به‌جز کربن) نارسانایی الکتریکی دارند.

چکش‌خواری

یکی از ویژگی‌های مشترک فلزها شکل‌پذیری است که به چکش‌خواری نیز شهرت دارد و به معنای آن است که عنصر در اثر ضربه خرد نمی‌شود. این ویژگی تنها در میان فلزها دیده می‌شود و تمام فلزها چنین ویژگی دارند. پس می‌توان گفت هر عنصری که چکش‌خوار باشد فلز بوده و هر فلزی چکش‌خوار است.

توجه: اگر چه در واقعیت برخی عناصر فلزی چکش‌خوار نیستند اما کتاب درسی چکش‌خواری را به‌عنوان ویژگی مشترک فلزها مطرح کرده و بر اساس متن کتاب درسی تمام فلزها را چکش‌خوار در نظر می‌گیریم.

از دیگر نام‌های چکش‌خواری می‌توان به شکل‌پذیری، انعطاف‌پذیری و قابلیت مفتول و ورقه شدن اشاره کرد.

شبه‌فلزها و نافلزها چکش‌خوار نیستند و در اثر ضربه خرد می‌شوند.

ماز

۶۹- از تجزیه گاز دی‌نیتروژن پنتاکسید، گازهای نیتروژن دی‌اکسید و اکسیژن حاصل می‌شوند. اگر از تجزیه ۸۶۴ گرم گاز دی‌نیتروژن پنتاکسید در شرایط استاندارد، ۳۶۰ لیتر فراورده گازی حاصل شود، به‌تقریب بازده واکنش چند درصد است؟

$(N=14, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۷۵ ۲) ۶۰ ۳) ۸۰ ۴) ۹۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۲۳ ـ ۱۱۰۱)

فرمول شیمیایی دی‌نیتروژن پنتاکسید به‌صورت N_2O_5 بوده و معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش مطرح‌شده به‌صورت زیر است:

$$2N_2O_5(g) \rightarrow 4NO_2(g) + O_2(g)$$

از تجزیه ۲ مول دی‌نیتروژن پنتاکسید طی این واکنش، ۴ مول گاز نیتروژن‌دی‌اکسید و یک مول گاز اکسیژن تولید می‌شود. پس می‌توان گفت از مصرف دو مول دی‌نیتروژن پنتاکسید در این واکنش، ۵ مول فراورده گازی حاصل می‌شود.

راه‌حل مسئله

برای محاسبهٔ بازدهٔ واکنش به دو مقدار فراوردهٔ نظری و فراوردهٔ عملی نیاز داریم. مقدار فراورده عملی در صورت سؤال مشخص است؛ پس باید مقدار فراوردهٔ نظری را از جرم واکنش‌دهنده محاسبه کنیم. نکتهٔ حل این مسئله آن است که برای محاسبه بازده واکنش تنها باید یکای مقدار فراورده نظری و عملی یکسان باشد و نیازی نیست که هر دو به جرم یا مول ماده باشند.

با توجه به جرم دی‌نیتروژن پنتاکسید در ابتدای واکنش، حجم گاز تولیدشده به‌صورت نظری را محاسبه می‌کنیم:

$$?L\ \text{گاز} = 864\,g\,N_2O_5 \times \frac{1\,mol\,N_2O_5}{108\,g\,N_2O_5} \times \frac{5\,mol\ \text{گاز}}{2\,mol\,N_2O_5} \times \frac{22/4\,L\ \text{گاز}}{1\,mol\ \text{گاز}} = 448\,L$$

حال بر اساس مقدار نظری فراورده‌ها (۴۴۸ لیتر) و مقدار عملی آن‌ها (۳۶۰ لیتر)، بازدهٔ درصدی واکنش را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{بازده درصدی} = \frac{360}{448} \times 100 \cong \frac{360}{450} \times 100 = 80\%$$

پس بازدهٔ درصدی این واکنش به‌تقریب برابر ۸۰ درصد است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

از واکنش میان $6/321 \times 10^{24}$ اتم کربن با مقدار کافی سیلیسیم دی‌اکسید (SiO_2)، مقداری گاز کربن‌مونوکسید و ۴۸ میلی‌لیتر سیلیسیم مایع با چگالی ۲/۴۵ گرم بر میلی‌لیتر تولید می‌شود. بازده این واکنش چند درصد بوده و در این واکنش چند گرم گاز کربن مونوکسید تولید می‌شود؟

$(C=12, O=16, Si=28 : g.mol^{-1})$

۱) ۸۰ – ۲۳۵/۲ ۲) ۶۰ – ۲۳۵/۲ ۳) ۸۰ – ۱۷۶/۴ ۴) ۶۰ – ۱۷۶/۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

معادله واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$2C(s) + SiO_2(s) \rightarrow 2CO(g) + Si(l)$$

ابتدا مقدار نظری سیلیسیم مایع را به‌دست می‌آوریم:

$$?g\,Si = 6/321 \times 10^{24}\ \text{اتم}\,C \times \frac{1\,mol\,C}{6/02 \times 10^{23}\ \text{اتم}\,C} \times \frac{1\,mol\,Si}{2\,mol\,C} \times \frac{28\,g\,Si}{1\,mol\,Si} = 147\,g\,Si$$

سپس، مقدار فراورده عملی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{چگالی}\,Si = \frac{\text{جرم}\,Si}{\text{حجم}\,Si} \Rightarrow 2/45 = \frac{x}{48} \Rightarrow x = 2/45 \times 48 = 117/6\,g\,Si$$

حال، بازده درصدی واکنش مورد نظر را حساب می‌کنیم:

$$\text{بازدهٔ درصدی} = \frac{\text{مقدار فراورده عملی}}{\text{مقدار فراورده نظری}} \times 100 \Rightarrow x = \frac{117/6}{147} \times 100 = 80\%$$

در نهایت جرم کربن مونوکسید تولید شده را نیز به‌دست می‌آوریم:

$$?g\,CO = 117/6\,g\,Si \times \frac{1\,mol\,Si}{28\,g\,Si} \times \frac{2\,mol\,CO}{1\,mol\,Si} \times \frac{28\,g\,CO}{1\,mol\,CO} = 235/2\,g$$

پس در این واکنش ۲۳۵/۲ گرم گاز کربن مونوکسید تولیدشده است.

SanjeshCloud

۷۰- اگر عنصر A در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای و عنصر X در دورهٔ سوم جدول دوره‌ای قرار داشته باشد، کدام مورد دربارهٔ آن‌ها نادرست است؟

۱) عنصر X برخلاف عنصر A ممکن است در دما و فشار اتاق به حالت گازی وجود داشته باشد.
۲) اگر عنصرهای A و X هم‌دوره باشند، عنصر X برخلاف عنصر A ممکن است چکش‌خوار باشد.
۳) اگر عنصرهای A و X هم‌گروه باشند، ممکن است از نظر رسانایی یا نارسانایی جریان برق با یکدیگر متفاوت باشند.
۴) اگر این دو عنصر در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست دهند، ممکن است شمار الکترون‌ها در آخرین زیرلایهٔ آن‌ها برابر باشد.

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ استاندارد ـ صفحهٔ ۸ ـ ۱۱۰۱)

با توجه به اینکه عنصر A در گروه ۱۴ و عنصر X در دورهٔ سوم قرار دارد و اگر این دو عنصر با یکدیگر هم‌گروه باشند، عنصر X باید عنصر سیلیسیم باشد و عنصر A می‌تواند هر یک از عنصرهای گروه ۱۴ (به غیر از سیلیسیم) باشد. همهٔ عنصرهای موجود در گروه ۱۴ توانایی عبور برق را از خود دارند. در نتیجه، عنصر X همانند عنصر A توانایی عبور جریان برق از خود را دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) همهٔ عنصرهای گروه ۱۴ در دما و فشار اتاق به حالت جامد وجود دارند. این در حالی است که کلر در دما و فشار اتاق به حالت گازی وجود دارد. در نتیجه، عنصر X برخلاف عنصر A ممکن است در دما و فشار اتاق به حالت گازی وجود داشته باشد.

۲) با توجه به اینکه عنصر A در گروه ۱۴ و عنصر X در دورهٔ سوم قرار دارد، اگر این دو عنصر با یکدیگر هم‌دوره باشند، عنصر A باید عنصر **سیلیسیم** باشد و عنصر X می‌تواند هر یک از عنصرهای **دوره سوم** (به غیر از سیلیسیم) باشد. عنصر سیلیسیم، چکش‌خوار نیست، اما اگر عنصر X یکی از عنصرهای فلزی دورهٔ سوم باشد، چکش‌خوار خواهد بود. در نتیجه، عنصر X برخلاف عنصر A ممکن است **چکش‌خوار** باشد.

۴) عنصرهای فلزی در واکنش با سایر اتم‌ها می‌توانند الکترون از دست بدهند. حال، از آنجا که عنصرهای X و A می‌توانند در واکنش‌ها الکترون از دست بدهند، هر دو عنصر فلزی هستند. آخرین زیرلایهٔ در عنصرهای گروه ۱۴، زیرلایهٔ np^2 است. بنابراین، اگر عنصر X عنصر منیزیم باشد، آخرین زیرلایهٔ آن $3s^2$ خواهد بود. در نتیجه، ممکن است شمار الکترون‌ها در آخرین زیرلایهٔ این دو عنصر با یکدیگر برابر باشد.

میخوای خوندن پاسخ‌نامه رو راحت‌تر کنی!
پس بیا پاسخ ویدیویی‌اش رو ببین!

پس از پایان آزمون، می‌تونین پاسخ‌نامهٔ ویدیویی و تشریحی این آزمون رو در پنل ماز، از بخش آزمون‌ها مشاهده کنید.

پنل کاربری ماز ◀ بخش آزمون‌ها ◀ آزمون‌های برگزارشده ◀ پاسخنامه ویدیویی